

博士学位論文

軌道領域減少法によるカオスシステムの制御
に関する研究

2022年9月

兵庫県立大学大学院 応用情報科学研究科

応用情報科学専攻

道法 浩孝

要約

カオスシステムに対する外部信号調節によるカオス制御法については、基本的な制御法として Ott-Grebogi-Yorke 法 (OGY 法) 及び遅延フィードバック法等が知られている。これらのカオス制御法は何れも、カオス性を有するシステムの挙動 (軌道) が挙動可能領域 (アトラクタ) 内の不安定周期点の近傍に近づいた時に、外部からの摂動を作用させてシステムの状態を平衡状態に安定化させたり、安定な周期状態に移行させる手法であり、安定解を確保しカオス状態を除去するアプローチに基づいている。これに対して、互いに分離したアトラクタ領域間をカオス的に往来するカオス-カオス間欠性 (Chaos-Chaos Intermittency : CCI) を呈するカオスシステムでは、カオス状態を排除するのではなく、システムの状態をカオス共鳴 (システムにおける決定論的なカオス性がゆらぎ源としての役割を担う共鳴現象) の誘起に適切な別のカオス状態に移行させる新たな制御法の考案が期待される。すなわち、システムのカオス状態を維持することによりカオス共鳴を生かした制御が可能になると考えられる。

そこで本研究では、CCI を制御する手法として、システムへのフィードバック信号を通してカオス状態をカオス共鳴が誘起されやすい状態に移行させる軌道領域減少 (Reduced Region of Orbit : RRO) 法を共同研究者とともに提案した。この手法は、システムのカオスダイナミクスから写像構造を推定し、アトラクタ併合の生起の原因となる写像関数の極大値と極小値をフィードバック信号により低減させることで CCI を制御する。その結果、内部パラメータを随時チューニングすることなくシステムにカオス共鳴を誘起するものである。本論文ではまず、この RRO 法を離散時間カオスシステムに具体的に適用し、カオス共鳴の誘起を通して CCI の制御が機能することを確認した。次に、離散時間神経システム及び連続時間カオスシステムに適用を拡げ、RRO 法の汎用性を検証した。さらに、RRO 法を用いたカオス制御を精神疾患の 1 つである双極性障害の神経メカニズムモデルに適用し、双極性障害における病態との関連が指摘されている概日リズムの乱れの要因となる前頭野神経活動の CCI に対して、微弱な外部周期信号への同期による安定化を図り、RRO フィードバック信号による効果を検証した。以下に各章の概要を示す。

第 1 章では、本研究の背景と目的について述べた。第 2 章では、本研究において対象とするカオスシステム、従来のカオス制御、及び双極性障害の基本概念について概説し、それらを前提とする本研究の目的を提示し、研究の位置づけについて述べた。

第 3 章では、フィードバック信号を用いて CCI を制御する RRO 法を考案し、まず、それを離散時間カオスシステムである 1 次元 cubic 写像に適用した。その結果、2 つのアトラクタ領域の併合点付近において、適切なフィードバック信号強度に対し、外部入力信号に対する信号応答性がピークに達し、RRO 法を適用したカオス共鳴による

信号応答性の制御が可能であることが確認された。次に，cubic 写像結合系においても，カオス共鳴による外部入力信号への CCI 同期の誘起が確認できた。また，この時いずれか一方の同一アトラクタ領域に閉じ込められた複数の cubic 写像要素は，互いに同期せず別軌道でカオス性を保持していることが確認された。これらの特徴は，結合数が数十程度の cubic 写像結合系においても維持されていた。さらに，RRO 法を離散時間神経システムの Sinha モデルに適用し，神経モデルにおけるカオス共鳴による CCI 同期について解析した。その結果，外部入力信号へのカオス共鳴が誘起されるとともに，共鳴周波数を有していることが確認できた。また，負の RRO フィードバック信号を入力することで，分離したアトラクタ領域の併合制御が可能であり，アトラクタ併合点付近のフィードバック信号強度においてカオス共鳴による CCI 同期が誘起されることが確認された。

第 4 章では，連続時間系でのポアンカレ（Poincaré）断面上への写像関数を用いることによって，RRO 法を CCI を呈する連続時間カオスシステムである Chua 回路に適用した。その結果，適度な強度の正及び負の RRO フィードバック信号により，それぞれに対応したアトラクタ領域の分離・併合制御が可能であり，カオス共鳴が誘起され，離散時間カオスシステムと同様に，連続時間カオスシステムでも RRO 法が有効に機能することが確認された。

第 5 章では，RRO 法によるカオス制御のメカニズムを Hadaeghi らのニューラルモデルに適用し，双極性障害における概日リズムの乱れの安定化に対する効果を検証した。その結果，適切な強度の RRO フィードバック信号に対しカオス共鳴が誘起され，CCI を呈する前頭野の神経活動を健康な状態に相当する周期的挙動に誘導できることを確認した。さらに，Hadaeghi らのモデルにおける抑制性のシナプス結合強度の広いパラメータ領域において，前頭野の神経活動と微弱な外部周期信号との間にカオス共鳴が生起することから，CCI の周期化，すなわち双極性障害における概日リズムの乱れの解消の広汎性が示唆された。

最後に第 6 章で，本研究のまとめと今後の課題について述べた。本研究での RRO 制御法は，従来の硬い制御に対し柔軟な制御となっており，複雑化が進む情報通信システムや社会システムなど広い対象の制御への展開が期待される。

A Study on Controlling Chaotic Systems by the Reduced-region of Orbit (RRO) Feedback Method

Hiroataka Doho

Abstract

Fluctuations in nonlinear systems can enhance the synchronization with weak input signals. This phenomenon is classified into two cases, stochastic resonance (SR) by an external noise fluctuation and chaotic resonance (CR) by a system-intrinsic chaotic fluctuation. Many applications of SR have been realized, utilizing its enhancing effect for the signal sensitivity. In contrast, few studies have investigated the engineering application of CR although the signal sensitivity of CR has been shown to be higher than that of SR in many studies. The crucial reason for this is that, in CR, the chaotic state must be adjusted through internal parameters to reach the state that allows resonance, but, such adjustments are difficult to perform externally in most cases, especially in biological systems.

In this study, to overcome this difficulty, we proposed a new method for controlling the chaotic state to an appropriate state of CR by adopting the feedback signal from the system itself. The method is named reduced region of orbit (RRO) feedback method. By using this method, we first demonstrated the control of chaos in a one-dimensional cubic map, coupled cubic maps, and Sinha's neural system in discrete time where CR arises from the synchronization of chaos–chaos intermittency (CCI) to a weak input signal. Next, we extended this method to chaotic systems in continuous time by focusing on the map function on the Poincaré section and verified the effectiveness for Chua's circuit as a continuous chaotic system. Finally, we applied the RRO feedback method in an intervention to facilitate the disturbed circadian rhythm transitions underlying bipolar disorder to healthy periodic activity, based on a neural system model of the frontal and sensory cortical areas proposed by Hadaeghi et al. In the future, RRO feedback-modulated chronotherapy might be an innovative type of minimally invasive treatment.

目次

第 1 章 序論	1
第 2 章 従来のカオスシステム制御及び双極性障害について	4
2.1 カオスシステムと従来のカオス制御	4
2.1.1 カオスシステム	4
2.1.2 従来のカオス制御	5
2.2 双極性障害の概要	8
2.2.1 双極性障害と症状	8
2.2.2 双極性障害の治療法	9
2.2.3 双極性障害と概日リズム	10
2.3 本研究での取り組み	10
第 3 章 離散時間カオスシステムの軌道領域減少 (RRO) 法による制御	12
3.1 1 次元 cubic 写像におけるカオス-カオス間欠性の制御	12
3.1.1 モデルと方法	12
3.1.2 結果	20
3.1.3 考察及び結論	24
3.2 cubic 写像結合系におけるカオス-カオス間欠性の制御	26
3.2.1 モデルと方法	26
3.2.2 結果	27
3.2.3 考察及び結論	30
3.3 興奮性-抑制性ニューラルシステムにおけるカオス-カオス間欠性の制御	33
3.3.1 モデルと方法	33
3.3.2 結果	37
3.3.3 考察及び結論	44
第 4 章 連続時間カオスシステムの軌道領域減少 (RRO) 法による制御	49
4.1 モデルと方法	49
4.1.1 RRO フィードバック信号と外部入力信号を印加した Chua 回路	49
4.1.2 評価尺度	51
4.2 結果	51
4.2.1 Chua 回路における内部パラメータ α のチューニングによるアトラクタ制御	51
4.2.2 Chua 回路における RRO フィードバック信号によるアトラクタの併合・分離制御	52
4.2.3 Chua 回路における RRO フィードバック信号によるカオス共鳴制御	55
4.3 考察及び結論	56

第 5 章 双極性障害の神経システムモデルへの軌道領域減少 (RRO) 法の適用	60
5.1 モデルと方法	60
5.1.1 Hadaeghi らによる前頭野と感覚野で構成される神経システム	60
5.1.2 RRO フィードバック信号と外部入力信号による前頭野神経活動の制御	61
5.1.3 評価尺度	62
5.2 結果	63
5.2.1 内部パラメータ A に対する前頭野の神経活動	63
5.2.2 RRO フィードバック信号と外部周期入力信号による双極性障害における 神経活動の乱れの周期化	64
5.2.3 挙動の A 値による違い	76
5.3 考察及び結論	78
第 6 章 まとめと今後の課題	79
謝辞	81
参考文献	82

第 1 章 序論

これまで多くの非線形システムにおいて、ゆらぎの存在が信号同期や周期的挙動を増強する現象が示されてきた [1–7]. なかでも、微弱な入力信号に対するシステム挙動の同期が適度な確率的ノイズの付加によって誘起される確率共鳴 (Stochastic Resonance) がよく知られている [8–10]. この確率共鳴は閾値特性 (barrier or threshold), ノイズ源, 弱入力信号の 3 構成要素が整えば, 多様なシステムにおいて広範に観測される現象として理解されている. これに対して, ノイズではなく決定論的なカオス性がゆらぎ源としての役割を担うカオス共鳴 (Chaotic Resonance) と呼ばれる現象が知られている [3, 4, 11]. これは, 非線形システムにおけるカオス状態が保持するシステム内の固有のゆらぎによるノイズフリーな共鳴現象である.

カオス共鳴は, 互いに分離した挙動領域 (アトラクタ) 間をカオス的に往来するカオス - カオス間欠性 (Chaos-Chaos Intermittency : CCI) を伴う非線形システムにおいて, CCI が微弱な入力信号と同期することによって誘起される [12–19]. そして, その同期の程度は分離状態にあるアトラクタが併合する秩序パラメータ値付近で最大となる [3]. このカオス共鳴は, 1 次元 cubic 写像 [14, 15], Chua 回路 [17], ローレンツシステム [18] 及びダフィング発振器 [19, 20] など多くのカオスシステムで確認されている. また神経システムモデルにおけるカオス共鳴としては, 連想記憶型カオスニューラルネットワークや, 興奮性と抑制性のニューロンによって構成された離散時間神経システムで確認されている [11, 16, 21–23]. さらに, 最近のカオス共鳴に関する研究では, 小脳学習システムや各種タイプの発火パターンを有するスパイクングニューラルモデルなど, 様々な形態の神経システムに焦点が当てられつつある [24–29].

以上の非線形システムでの共鳴現象の生体医工学上の応用という面では, これまで確率共鳴については幾つかの検討がなされている. 例えば, 適切なノイズを加えることで確率共鳴の効果によって外科医の手の触覚感度を高めるウェアラブルデバイス [30, 31] や, 振動感覚にノイズを印加して麻痺患者の触覚を改善するためのリハビリテーションシステムの開発 [32, 33] などがある. しかし, カオス共鳴は確率共鳴よりも高い信号感度を示すことが, これまでの研究事例で報告されているにもかかわらず [11, 34], カオス共鳴の応用に焦点を当てた研究は未だなされていない. これは, カオス共鳴における信号応答性に対しては, 確率共鳴での外部からのノイズ調節とは違って, システム内部のパラメータを調節する必要があるという点に起因していると考えられる. この点を克服するためには, 何らかのシステム内部へのフィードバック制御の機構の導入が望まれる.

カオスシステムに対する外部信号調節によるカオス制御法については, 基本的な制御法として Ott-Grebogi-Yorke 法 (OGY 法) [35] 及び遅延フィードバック法 [36, 37] 等が知

られている。これらのカオス制御法は何れも、カオス性を有するシステムの挙動（軌道）がアトラクタ内の不安定周期点の近傍に近づいた時に、外部からの摂動を作用させてシステムの状態を平衡状態に安定化させたり、安定な周期状態に移行させる手法であり、安定解を確保しカオス状態を除去するアプローチに基づいている。これに対して、CCI を呈するカオスシステムでは、カオス状態を排除するのではなく、システムの状態をカオス共鳴の誘起に適切な別のカオス状態に移行させる新たな制御法の考案が期待される。すなわち、システムのカオス状態を維持することによりカオス共鳴を生かした制御が可能になると考えられる。

そこで本研究では、CCI を制御する手法として、システムへのフィードバック信号を通してカオス状態をカオス共鳴が誘起されやすい状態に移行させる軌道領域減少（Reduced Region of Orbit : RRO）法を共同研究者とともに提案する。この手法は、システムのカオスダイナミクスから写像構造を推定し、アトラクタ併合の生起の原因となる写像関数の極大値と極小値をフィードバック信号により低減させることでCCI を制御する。その結果、内部パラメータを随時チューニングすることなくシステムにカオス共鳴を誘起するものである [38]。本論文ではまず、この RRO 法を離散時間 cubic 写像に適用し、カオス共鳴の誘起を通して制御機能を発揮するかどうかを具体的に調べる [38, 39]。次に、離散時間神経システムである Sinha モデル [40, 41] 及び連続時間システムである Chua 回路モデル [42] に適用し、RRO 法の汎用性について検証する。さらに、RRO 法を用いたカオス制御を精神疾患の 1 つである双極性障害の神経メカニズムモデルに適用する。躁病相とうつ病相が交互に生じる双極性障害においては、病態と概日リズムの乱れとの関連が指摘されており [43–45]、Hadaeghi らは、前頭野と概日リズムを生成する視床下部を結合させたニューラルシステムモデルを用いて、双極性障害下での概日リズムの乱れについてのシミュレーションを行っている [46, 47]。このモデルでは、前頭野での神経活動に 2 つの活動領域（アトラクタ）をカオス的に遷移する CCI の発生が認められることから [48, 49]、我々はこの Hadaeghi らの前頭野モデルに RRO 法を適用し、概日リズムの乱れの要因である前頭野神経活動の CCI に対して、微弱周期信号への同期による安定化を図り、RRO フィードバック信号による効果を検証する [50–53]。

以下、第 2 章では、本研究において対象とするカオスシステム、カオス制御及び双極性障害の基本概念について概説し、それに基づいて本研究の目的を提示し、研究の位置づけについて述べる。第 3 章では、まずカオス共鳴の概念を説明するために、簡単な離散時間カオスシステムである cubic 写像を例に、カオス共鳴の基本特性について述べる。次に cubic 写像、cubic 写像結合系及び離散時間神経システムである Sinha モデルに RRO 法を適用し、カオス共鳴による信号応答性の制御が可能であることを示すと同時に、CCI の制御に対する性能評価を行う。第 4 章では、CCI を呈する連続時間カオスシステムである chua 回路に対し、ポアンカレ（Poincaré）断面上でのシステム挙動に着目して連続カ

オスシステムに対する RRO 法を適用し，カオス共鳴による CCI の制御について検討を行う．第 5 章では，我々が提案する RRO 法によるカオス制御のメカニズムを，双極性障害における概日リズムの乱れに対する Hadaeghi らのニューラルモデルに適用し，外部周期信号への CCI 同期による概日リズムの安定化の効果について検証する．最後に第 6 章で，本研究のまとめと今後の課題について述べる．

第 2 章 従来のカオスシステム制御及び双極性障害について

本章では、本研究における基盤的事項であるカオスシステム、カオス制御及び双極性障害について説明するとともに、従来とは異なる視点からのアプローチに基づくカオス制御法である軌道領域減少法の提案について言及し、本研究の位置づけを明確化する。

2.1 カオスシステムと従来のカオス制御

2.1.1 カオスシステム

非線形な決定論的力学系の解が、初期値に鋭敏に依存する軌道不安定性を有し、その挙動が有界な非周期軌道を示す現象をカオスという。決定論的とは、確率的要素を全く含まず、現在の状態から未来の状態が一意に、例えば微分方程式や差分方程式で記述できることを意味する。カオスシステム（カオス力学系）の挙動は複雑であるが、それを記述する規則は一般に比較的簡単であることが多い [54,55]。また、力学系の相空間において、周囲の軌道を吸引する性質を持った軌道の集合をアトラクタとよぶが、そのアトラクタとしての次元は、非線形のフラクタル次元となる。すなわちカオスとは、比較的簡単な規則に支配された非周期的で複雑な振動現象である。

カオスは、川を流れる 1 枚の木の葉の挙動、流体现象 [56]、電気・電子回路系 [19,20,57]、生態系 [58,59]、機械振動系 [60] 等、現在では自然界、人工現象の多くのシステムにおいて非線形性を有する系で観測される。気象学者 Lorenz は、1963 年に大気の挙動は乱流であること、その流れは非線形の方程式によって決定されること、及び不安定性を有しわずかな変動にも大きく左右されることを明らかにし、カオスを自然現象に基づいて説明した [56]。具体的には、気象という多自由度の複雑な現象に対し、従来用いられていた 12 個の変数を有する方程式に基づく対流モデルに対し、いくつかの大胆で合理的な近似を行い、3 個の変数で表される 3 階常微分方程式を示した。さらに、微分方程式から作られる天気予報の気象モデルの数値計算結果がカオス的な振る舞いをすることを発見した。この結果はテント写像により引き起こされるカオスとして発表された。

「カオス」を学術用語として初めて使用し、カオスを数理的に定式化したのは、1975 年に出版された Li と Yorke による論文であるとされている [61,62]。数学者であった Li と Yorke は、簡単な方程式からきわめて複雑な現象が生じることを、非常に単純な機構である区間 $[0,1]$ 上の連続変換を用いて、古典的な 2 次元力学系の性質とは格段に異なっている軌道の複雑なふるまいを取り出し提示した。

カオスに対応したアトラクタはストレンジアトラクタと称されるが、それは以下のような性質によって特徴づけられる。すなわちストレンジアトラクタには、稠密な非加算無限

個の非周期軌道が存在し、かつ加算無限個の不安定周期軌道が含まれている [63]. これらは、初期条件の任意の微小量の差異が時間経過とともにアトラクタのサイズまで拡大されるという性質（初期条件に対する鋭敏な依存性）をもち、局所的な線形近似では最大リアプノフ指数が正という性質で特徴づけられる不安定性を有する．リアプノフ指数は、カオスが有する特徴の一つである初期値鋭敏依存性を定量的に評価するための指標である [64]. ある力学系において初期値にわずかな差を与え、時間発展後の解軌道を考える．カオス力学系の場合、両者の解の差は時間に対し指数関数的に増加する．この解の差の変化の割合を対数で表したものがリアプノフ指数である．したがってカオス力学系においては、リアプノフ指数が正の値を取る．

2.1.2 従来のカオス制御

カオスアトラクタは周期的な変動と不規則な変動の両方を含んでおり、アトラクタは1つの曲線ではなく、複数の曲線の集合として記述される．カオス制御とは、カオスシステムにおけるカオスアトラクタに埋め込まれた不安定周期軌道（Unstable Periodic Orbit : UPO）を、微小な摂動（システムパラメータにわずかな摂動）を加えることにより安定化することである．カオス固有のアトラクタであるストレンジアトラクタは、加算無限個の不安定周期解と非加算無限個の非周期解を有している．

2.1.2.1 Ott-Grebogi-Yorke 法

Ott-Grebogi-Yorke 法は、カオスアトラクタに多くの UPO が存在する場合に、目標となる UPO の各不安定周期点の近傍においてのみ適切な制御入力を加え、安定化された周期軌道へと導く局所フィードバック制御法である [35, 63, 65]. カオスシステムでは、系のエルゴート性により状態 $\mathbf{x}(k)$ が（不安定）周期軌道 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ の近傍を通過する 경우가必ずある．このとき、システムパラメータの微小摂動によって不安定周期軌道に近づけることが可能になる．すなわち、安定化されたことになる．図 2.1 に、OGY 法によるカオス制御システムの構成図を示す．

(2.1) 式で表される離散時間非線形システムを考える．

$$\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \quad (2.1)$$

ここで、 $\mathbf{x}(k) \in R^n$ はシステムの状態を、 $\mathbf{u}(k) \in R^m$ はシステムへの制御入力である． $\mathbf{x}(k) \in R^n$ は、 $\mathbf{u}(k) \in R^m \equiv 0$ のとき、カオス挙動を呈する．そのストレンジアトラクタには不安定周期軌道が存在する．周期 T の不安定周期軌道 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ は、

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = f(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{0}), \quad (2.2)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k-T). \quad (2.3)$$

制御の目的は、微小な制御入力 $\mathbf{u}(k)$ を適用したフィードバック制御により、カオス軌

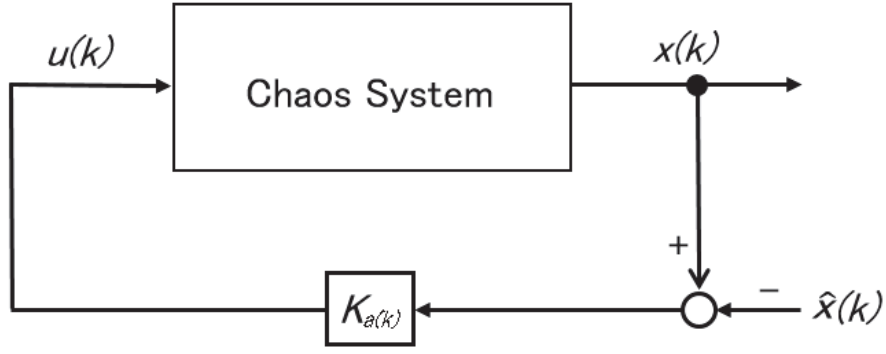


図 2.1 OGY 法によるカオス制御のブロック線図

道 $\mathbf{x}(k)$ を不安定周期軌道 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ に漸近させ、安定化させることである。制御入力、システムの状態 $\mathbf{x}(k)$ と不安定周期軌道 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ との差が微小であるときにのみ印加される。すなわち

$$\mathbf{u}(k) = \begin{cases} K_{a(k)}(\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(a(k))) & \text{if } (\|\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(a(k))\| < \epsilon) \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (2.4)$$

ただし、 ϵ は十分小さな正の数で、

$$a(k) = \arg \min_{i=1,2,\dots,T} (\|\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(i)\|), \quad (2.5)$$

K_i ($i = 1, 2, \dots, T$) は状態が $\hat{\mathbf{x}}(i)$ 近傍に存在するときのフィードバックゲインを表す。

OGY 法では、 ϵ を小さくすると周期軌道の ϵ 近傍に状態が達するまでの時間が指数関数的に長くなる。すなわち、即応性が悪い。ターゲティングは、カオス制御の基本である「微小な入力値で制御する」という立場を踏襲しながら即応性を改善する方法である。

2.1.2.2 遅延フィードバック法

OGY 法を適用する場合、フィードバック制御により漸近させる UPO を正確に求める必要がある。すなわち、OGY 法では目標とする UPO の軌道計算が必要であり、その計算精度が重要になる。これに対し Pyragas は UPO の計算を要しないカオス制御法として、遅延フィードバック制御 (DFC) を提案した [36, 37, 66]。図 2.2 に、遅延フィードバック法によるカオス制御システムの構成図を示す。DFC は、現在の状態と T 時間前の状態との差に基づいて印加するフィードバック制御入力を決定する。すなわち、

$$u(k) = \begin{cases} K(\mathbf{x}(k-T) - \mathbf{x}(k)), & (r(k) < \epsilon) \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (2.6)$$

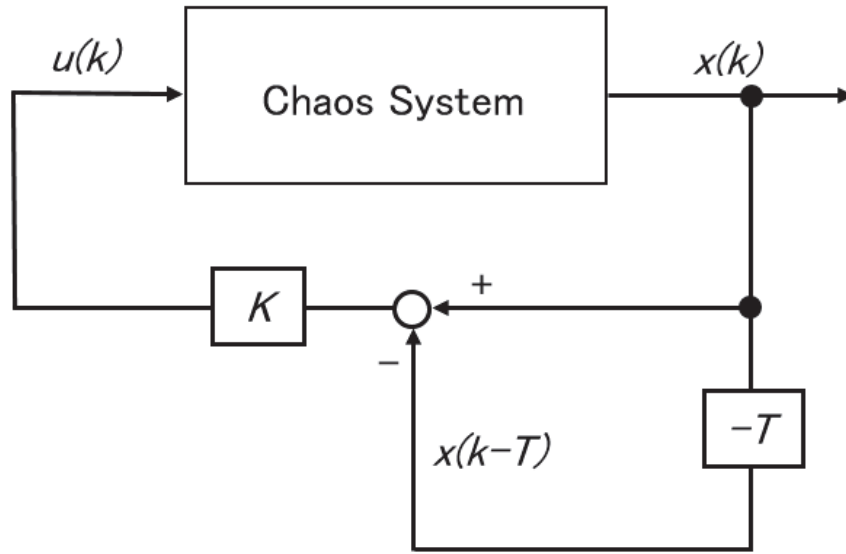


図 2.2 遅延フィードバック法によるカオス制御のブロック線図

ここで、 K はゲイン行列であり、 $r(k)$ は T 時間過去の状態と現在の状態との差に基づくベクトルのノルムで、(2.7) 式で表される。

$$r(k) = \|\mathbf{x}(k-T) - \mathbf{x}(k)\|, \quad (2.7)$$

このとき閉ループシステムは、

$$\mathbf{x}(k+T) = f(\mathbf{x}(k), K(\mathbf{x}(k-T) - \mathbf{x}(k))), \quad (2.8)$$

となる。(2.7) 式より、 $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k-T)$ のときフィードバック入力 $u(k) = 0$ となる。したがって周期軌道は DFC によって影響を受けない。以上より、フィードバックゲイン K が適切に設定されれば、カオスシステムに存在する周期軌道の安定化が可能となる。

遅延フィードバック制御には、「奇数制約を持つ不安定動作点は安定化できない」という、奇数制約または奇数条件と呼ばれる本質的な適用限界がある。これは、UPO の各周期点近傍における線形化システム行列が、1 よりも大きな実固有値を奇数個有する場合に、元の対象とするシステムを安定にするゲイン K が存在しないというものである。

2.2 双極性障害の概要

2.2.1 双極性障害と症状

躁状態（manic state）、うつ状態（depressive state）等の病相（エピソード）を交互に繰り返す双極性障害は、長期に亘って再発を繰り返す精神疾患の一つであり、効果的な治療法の構築が望まれている [67–69]。双極性障害の病相には、躁状態、うつ状態、混合状態（mixed state）、軽躁状態等（hypomanic state）があり、またそれぞれの病相の間には、症状の表れない寛解期（euthymic state）が見られる。

躁状態は、身体の調子や感情を含めてすべての生命活動の基盤となっているような気分、すなわち「生命感情」とも呼ばれるものが全体に亢進する状態である [69]。躁病相としては、とにかくうきうきした気分で楽しくて仕方がない（爽快気分、気分高揚）、樂觀的となる、自分が誰よりも優れた人間に思えてくる（自尊心肥大、誇大性）等が現れる。

うつ状態は、躁状態とは逆に生命感情が低下した状態であり [69]、どんなに良いことがあっても改善しないようないやな気分が一日中、毎日毎日持続する（抑うつ気分）、それまで関心を持っていたことに全く興味が持てなくなり（おっくう感、意欲低下）、過眠がみられることが多い、非定型の特徴（気分の変動性、過眠、過食等）を伴うことが多い等の特徴がある。

混合状態は、躁状態・うつ状態の感情、精神運動、思考の3つの基本症状を3次元軸でとらえ、これらの種々の組み合わせで病相が現れるものがある。具体的には、抑うつあるいは不安躁病、興奮性あるいは焦燥性うつ病等の病相がみられる [70]。

軽躁状態は、社会的または職業的機能に著しい障害を起こすほど、または入院を要するほど重篤ではなく、精神病性の障害がなく、病相が4日以上続く状態である [69]。軽躁状態が躁状態と異なる点として、思考の転導性が躁状態ほど強くないため、まとまった作業が遂行できること、及び自我親和的であること等が挙げられる [71]。

双極性障害は、病相の組み合わせによって双極Ⅰ型障害と双極Ⅱ型障害に大別される。双極性障害において、うつ状態に加え躁状態を1回以上有する場合は双極Ⅰ型障害と診断される。単一躁状態も双極Ⅰ型障害に含まれる。一方、1回以上のうつ状態と、1回以上の軽躁状態があり、躁状態がなければ、双極Ⅱ型障害と診断される。うつ状態から躁状態へ、安定した寛解期を経ることなしに急速に移行することを躁転という。逆に躁状態からうつ状態に転じることをうつ転という。うつ状態は単独で出現、すなわち寛解 → うつ解 → 寛解という経過で出現することも少なくないが、躁状態はうつ状態から躁転するか、躁状態のあとにうつ転するという経過をたどる場合が多い。いずれにしても病相は、通常単独ではなく連続して現れる。

2.2.2 双極性障害の治療法

双極性障害の治療は、evidence-based psychiatry、すなわち実証的証拠に裏打ちされた精神医療をめざし、無作為化された臨床データに基づく治療戦略を立てることが重要である。双極性障害に対する治療法には、薬物療法、光療法、断眠療法等がある [69]。これらのなかで、エビデンスの蓄積が十分であり最も広く適用されている治療法は、薬物療法である。

まず、薬物療法について述べる。躁状態に対して効果が確認されている薬としては、リチウム、パルプロ酸、カルバマゼピン等の気分安定薬、オランザピン、アリピプラゾール等の非定型抗精神病薬がある。上記の気分安定薬及び非定型抗精神病薬は、単剤での有効性が示されている。軽躁状態の場合リチウム単剤でもよいが、精神病症状が存在する場合または中等症以上の場合には、初期の段階からリチウムと非定型抗精神病薬を使用する。気分安定薬を単独で使用するよりも、非定型精神病薬を併用したほうが有効性が高いことが知られている [69]。

双極性障害の抑うつ病相への効果には、セロトニン 2A 受容体阻害作用とドーパミン D_2 受容体阻害作用が必要であると考えられている。双極 I 型障害のうつ病相に対して単剤治療による効果が確認されている薬には、非定型精神病薬のクエチアピン、オランザピンがある。またリチウム及びラモトリギンの効果も認められている [69]。

光療法は、太陽光やそれと同等の光を与えることにより、体内時計を調節して生体リズム（概日リズム）を整えるものであり、双極性障害のうつ病相に対する有効な治療法とされている。なかでも高照度光療法は、近年うつ病相の改善効果が期待されており、有効性を示す結果が得られている [69]。高照度光療法は、2500 から 10000 ルクスの白色光を通常早朝に 30 分から 2 時間照射する治療法である。高照度光療法の作用機序は、メラトニン分泌、深部体温リズム、コルチゾール分泌リズム等の生物時計の位相を前進させることにより睡眠・覚醒リズムを整え、うつ状態の改善に寄与していると考えられる [72]。高照度光療法の作用機序については、このような生物時計の位相変位作用のほか、抗うつ薬と同様にセロトニンにも作用し、直接的にうつ病相の改善に寄与している可能性も示唆されている [73]。光療法に関わり、近年双極性障害の抑うつ病相に対し、6 週間の照度の異なる（高輝度光療法群と薄暗い赤色光群）条件下での評価実験を行ったところ、寛解に達する割合が高輝度光療法群において有意に高いという結果が得られている [74]。

断眠療法には、部分断眠、全断眠がある。いずれも睡眠を剥奪することによって気分の改善を図ろうとする治療法であり [69]、双極性障害のうつ病相に有効という報告がある。この治療法は効果発現が早く、有効率も高いのが特徴である [75]。一方で断眠療法単独では効果が持続しにくいという欠点も挙げられる。また、強力な抗うつ効果により躁転の危険性も指摘されているが、気分安定薬を併用した際の躁転のリスクは低く、抗うつ薬の

併用よりも躁転の危険性は低いと考えられている [76]. そのため、断眠療法は単独で行われることは少なく、気分安定薬や高照度光療法との併用で行われることがほとんどである. 高照度光療法に断眠療法を併用した生物時間学的治療は、双極性障害に対しては比較的一貫した効果が報告されている.

2.2.3 双極性障害と概日リズム

双極性障害では、睡眠の障害、日内リズムの乱れ、病相の周期性等の症状特性から、生物リズムとの関係が指摘されている [77]. なかでも、双極性障害において高率で現れる睡眠・覚醒リズム障害や、双極性障害の病態そのものに概日リズムの乱れが関与していることが報告されており、概日リズムの乱れは、双極性障害の生物学的な基盤の一つであることが示唆されている [44, 78]. 例えば、双極性障害における時計遺伝子変異の報告や、時計遺伝子を変化させたマウスにおけるヒトの躁状態を思わせる過活動や睡眠時間の減少と、うつ状態での活動の減少や不安症状様の行動の発現 [79] は、概日リズムの乱れが双極性障害の重要な基本病態であることを支持するものである. また概日リズムの乱れが、双極性障害の臨床経過や病態の重症化にも関与している可能性を示すことも報告されている. そして、それを裏付けるように、睡眠障害や概日リズムの乱れに焦点をあてた時間生物学的な治療が双極性障害のうつ症状や躁症状、再発予防に有用であることが示されている [45]. 双極性障害の病態解明のためには、概日リズムの病相発現の関係を明らかにすることが極めて重要な課題と考えられる.

2.3 本研究での取り組み

2.1 で説明した OGY 法及び遅延フィードバック法等の従来のカオス制御法は、外界からの摂動によってカオス軌道を不安定周期軌道及び不安定周期点に導くことにより、カオス状態を除去している. これに対して本研究では、カオスを除去するのではなく、カオスを保持した状態で、システムの挙動を微弱な外部信号との共鳴に適した状態に遷移させる新たなカオス制御法（軌道領域減少法（RRO 法））を共同研究者とともに提案し [38], その有効性を検証する. この手法は、カオスダイナミクスから写像構造を推定し、フィードバック信号により CCI の生成要因である写像の極大・極小値を減少させることで、CCI を制御する手法である. 具体的には RRO 法を、まず単純な離散時間数値モデルである cubic 離散写像システムとその結合系、及び離散時間ニューラルシステムである Sinha モデルに適用する [38–41]. 次に連続時間カオスシステムである Chua 回路へ拡張し、その有効性の検証を行うとともに制御のメカニズムを明らかにする [42].

さらに以上の知見に基づいて、RRO 法を双極性障害における概日リズムの制御に適用する. 近年、非線形制御理論を医療・ヘルスケアに応用する取り組みが始まっており [80–82], 身体的な疾患だけでなく精神的な疾患に対しても、計算論的なモデルアプローチを取り入

れようとする動きがみられる [83]. Hadaeghi らは、双極性障害において前頭野と視床下部を結合させた概日リズムを生成する神経システムを用いて、双極性障害において観測される神経活動の概日リズムの乱れをモデル化しており、生理学的な双極性障害の概日リズムの挙動と高い整合性を得ている [46,47]. 本研究では、前頭野の神経活動を対象とした Hadaeghi らのモデルに対し、我々が確認してきた RRO 法による制御のメカニズムを適用し、その有効性を検証する [50–53].

第 3 章 離散時間カオスシステムの軌道領域減少 (RRO) 法による制御

本章では、離散時間カオスシステムである cubic 写像, cubic 写像結合系及び離散時間神経システムである Sinha モデルに RRO 法を適用し, カオス共鳴による信号応答性の制御が可能であることを示すとともに, カオス-カオス間欠性 (chaos-chaos intermittency (CCI)) の制御に対する性能評価を行う.

3.1 1 次元 cubic 写像におけるカオス-カオス間欠性の制御

3.1.1 モデルと方法

3.1.1.1 1 次元 cubic 写像

単純な数理モデルである 1 次元 cubic 写像は, その挙動がカオス-カオス間欠性を呈することが知られており, 以下に示す発展方程式で表される [3].

$$x(t+1) = F(x(t)) \quad (3.1)$$

$$F(x) = (ax - x^3) \exp(-x^2/b) \quad (3.2)$$

ここで, (3.2) 式の指数関数項は, $x(t)$ の写像値が発散してしまうことのないようにするためのものである [3]. 図 3.1(a) に, $b = 10$ に設定したときのシステム挙動 $x(t)$ の内部パラメータ a に対する分岐図を示す (初期状態 $x(0)$ は, 正と負の両領域に設定されている). 3.1(b) は, $x(t)$ の挙動に対応するリアプノフ指数 λ の a 依存性である. リアプノフ指数 λ は, 以下の式で定義される [64].

$$\lambda = \frac{1}{\tau M} \sum_{k=1}^M \ln \left(\frac{d^k(t_l = \tau)}{d^k(t_l = 0)} \right). \quad (3.3)$$

$d^k(t_l = 0) = d_0$ ($k = 1, 2, \dots, M$) は, $t = t_0 + (k-1)\tau$ において設定された M 個の $x(t)$ の初期状態のゆらぎである. $t_l \in [0 : \tau]$ に対する時間発展は, $d^k(t_l = \tau) = (x(t) - x'(t))|_{t=t_0+k\tau}$ であり, さらに $x'(t)$ は, 軌道に適用された摂動を表す.

このシステムは, $a < a_{cr} \approx 2.839$ においては, $x(t) = 0$ に対して対称な正負の 2 つのカオスアトラクタを有しており ($\lambda > 0$), 初期値によって一方のアトラクタにトラップされる. そして, $a = a_{cr}$ で両者のアトラクタは併合され, 両領域を間欠的に往来するカオス-カオス間欠性 (Chaos-Chaos Intermittency : CCI) を呈する.

図 3.2 に, 図 3.1 において $a = 2.86 (> a_{cr})$ に対応するアトラクタ併合状態における $x(t)$ の軌道と写像関数を示す. 図中の矢印は, アトラクタの変換点を示している. すなわ

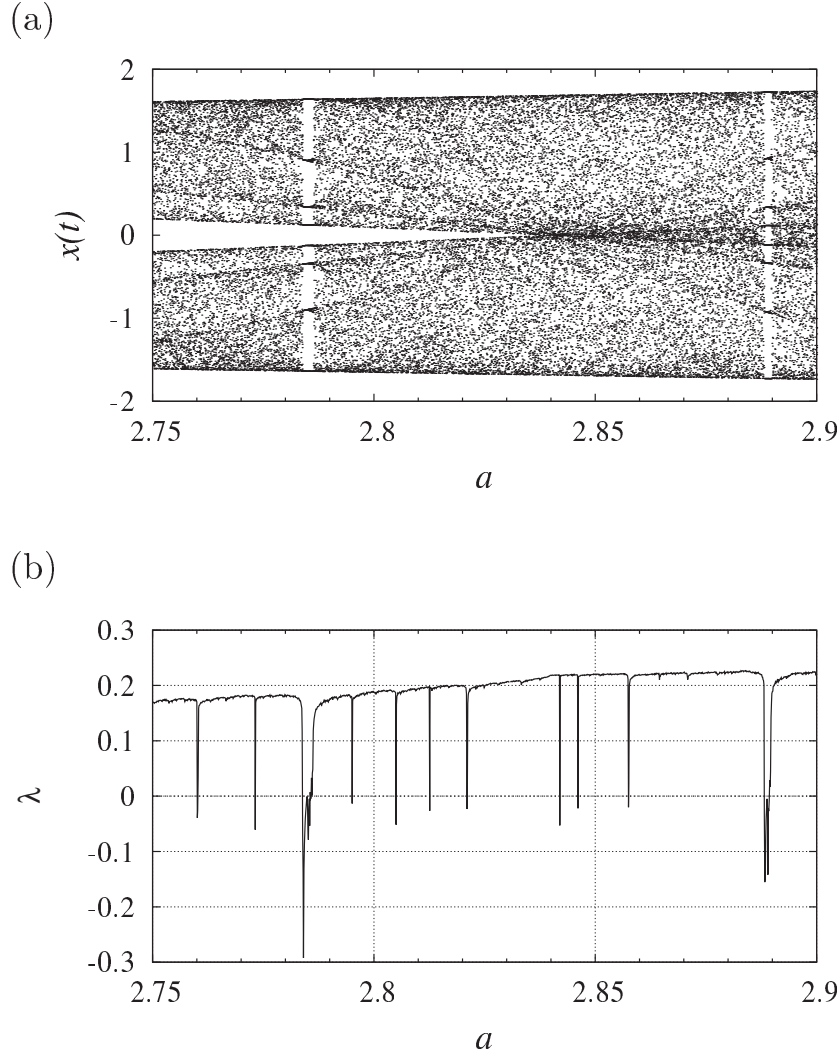


図 3.1 1 次元 cubic 写像の挙動. (a) 内部パラメータ a に対する $x(t)$ の分岐図. (b) リアプノフ指数 λ の a 依存性. 1 次元 cubic 写像は $a < a_{cr} \approx 2.839$ において, $x(t) = 0$ に対して対称な正と負のカオスアトラクタを有している ($\lambda > 0$). $a = a_{cr}$ でアトラクタは併合され, CCI 状態になる ($b = 10$). [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 1]

ち, $x(t) \approx 1.7$ において, アトラクタは正の領域 ($x(t) > 0$) から負の領域 ($x(t) < 0$) に移行している. 一方 $x(t) \approx -1.7$ において, アトラクタは負の領域 ($x(t) < 0$) から正の領域 ($x(t) > 0$) に移行している. この結果から, CCI が $F(f_{\max}) < 0$ と $F(f_{\min}) > 0$ において起こっていることを確認することができる. ここで, f_{\max} , f_{\min} 及び $F(f_{\max, \min})$ は, それぞれ $x(t) \approx \pm 0.916$ における写像関数の極大値と極小値, 及び垂直な一点鎖線と写像関数との交点である.

3.1.1.2 RRO フィードバック信号と外部入力信号を印加した 1 次元 cubic 写像

$x(t)$ が呈するカオス-カオス間欠性を制御するためのフィードバック信号を, 以下のよう設計した. RRO 法に基づくフィードバック信号 $u(x)$ を印加した cubic 写像の挙動

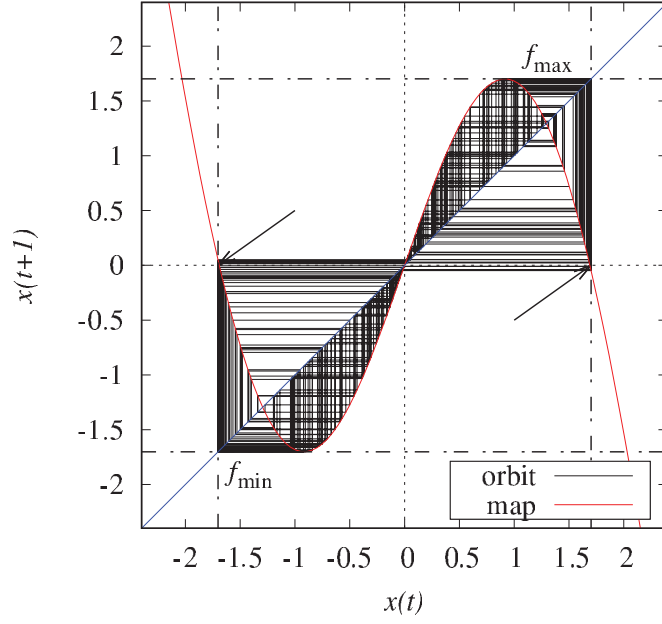


図 3.2 CCI 状態にある cubic 写像関数の軌道とリターンマップ ($b = 10$, $a = 2.86$). 矢印は正 ($x > 0$) と負 ($x < 0$) のアトラクタのスイッチングポイント. 一点鎖線は写像関数の極大・極小値 $f_{\max, \min}$. [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 2]

は、以下の発展方程式で与えられる.

$$x(t+1) = F(x(t)) + Ku(x(t)), \quad (3.4)$$

$$u(x) = -(x - x_d) \exp(-(x - x_d)^2 / (2\sigma^2)). \quad (3.5)$$

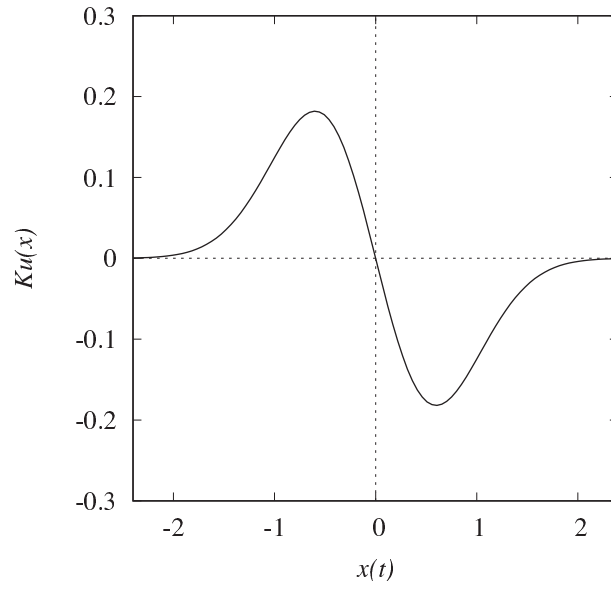
ここで、 K はフィードバック信号の強度、 x_d は $x(t)$ のアトラクタを分離する境界値である. 本研究では、(3.1) 式で表される cubic 写像が、2 つの対称なアトラクタすなわち $x(t)$ が正と負の領域をそれぞれ挙動するため、 $x_d = 0$ のパラメータ設定を用いる. 写像関数 $F(x)$ の極大・極小値近傍における $Ku(x)$ の影響範囲を限定するために、 σ を 0.6 に設定した. 図 3.3 に、フィードバック信号 $Ku(x)$ と、 $K = 0, 0.5$ における $F(x) + Ku(x)$ のリターンマップを示す. フィードバック信号は $f_{\max, \min}$ の絶対値を減少させ、アトラクタ併合の要因である $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ 状態の生起を回避する. その結果 $x(t)$ の軌道は、正又は負いずれかの方の領域に閉じ込められる.

カオス共鳴による信号応答性を評価するために、微弱外部入力信号 $S(t) = A \sin \pi \Omega t$ を導入する.

$$x(t+1) = F(x(t)) + Ku(x(t)) + S(t), \quad (3.6)$$

ここで、 A は微弱外部入力信号の振幅、 Ω は周波数である.

(a)



(b)

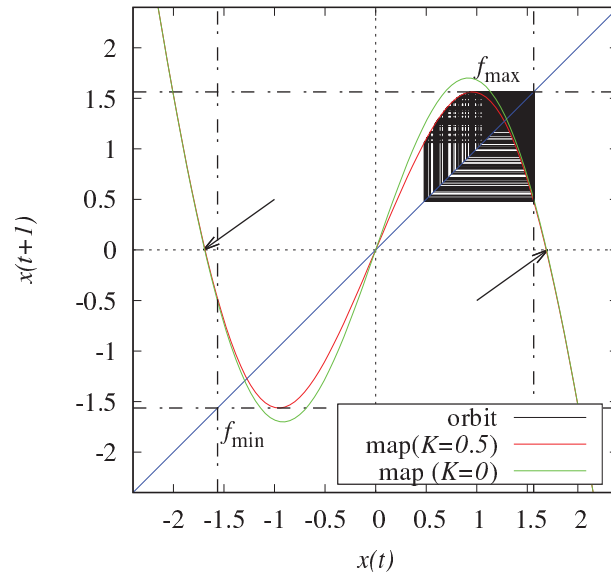


図 3.3 (a) フィードバック項 $K(u(x))$. (b)(3.4) 式で与えられる cubic 写像におけるフィードバック信号の影響. フィードバック信号が与えられた場合の cubic 写像の軌道と写像関数. CCI は $f_{\max, \min}$ の絶対値の減少の影響により誘起されなくなる ($K = 0.5$, $b = 10$, $a = 2.86$, $\sigma = 0.6$) [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 3]

3.1.1.3 cubic 写像におけるカオス共鳴

(3.6) 式において, RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) における, 微弱外部入力信号 $S(t)$ の挙動 $x(t)$ への影響, すなわち cubic 写像におけるシステム挙動の内部パラメータ a 依存性について, 文献 [23] に基づき説明する. 評価の尺度として, 時系列データ $x(t)$ に対して, 信号対ノイズ比 SNR と入出力相関 $C(\tau)$ を用いる. ここで, SNR については,

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{P_S}{P_N}, \quad (3.7)$$

$$P_S = \frac{1}{2(\Delta f_S)} \int_{f_0 - \Delta f_S}^{f_0 + \Delta f_S} P(f) df, \quad (3.8)$$

$$P_N = \frac{1}{2(\Delta f_N - \Delta f_S)} \left(\int_{f_0 - \Delta f_N}^{f_0 - \Delta f_S} P(f) df + \int_{f_0 + \Delta f_S}^{f_0 + \Delta f_N} P(f) df \right). \quad (3.9)$$

ここで, $P(f)$ は $x(t)$ のパワースペクトルである. P_S は外部入力信号周波数 f_0 の近傍領域 ($f = f_0 \leq \Delta f_S$) でパワースペクトルを平均化したものである. また, P_N はそれ以外の領域での平均である. (3.8) 式は $\Delta f_S \simeq 0$ とした場合に $P_S = P(f_0)$ となる. 本章では $\Delta f_S = 5 \pm 10^{-5}$, $\Delta f_N = 3 \pm 10^{-5}$ と設定する.

次に入出力相関については,

$$C(\tau) = \frac{C_{sx}(\tau)}{\sqrt{C_{ss}C_{xx}}}, \quad (3.10)$$

$$C_{sx}(\tau) = \langle (S(t+\tau) - \langle S \rangle)(x(t) - \langle x \rangle) \rangle, \quad (3.11)$$

$$C_{ss} = \langle (S(t) - \langle S \rangle)^2 \rangle, \quad (3.12)$$

$$C_{xx} = \langle (x(t) - \langle x \rangle)^2 \rangle, \quad (3.13)$$

ここで, $\langle \cdot \rangle$ は, n 回の平均を表す.

図 3.4 に $\Omega = 0.1$, $A = 0.005$ における結果を示す. 黒丸は実数値 $x(t)$ に対する評価 (complete dynamics) を示し, 白丸は $x(t)$ 値を正負に応じて ± 1 に 2 値化したものに対する評価 (two-state dynamics) を示す ($x(t) \geq 0$ のとき $+1$, $x(t) < 0$ のとき -1). $a = 2.83$ 付近以下での両者の違い (特に SNR における) は, 一方 (正また負) のアトラクタ内での挙動が 2 値化ダイナミクスの場合には無視されることによる. いずれにおいても $a = a_{cr}$ (≈ 2.839) 付近 (図 3.1 に対応) で信号応答性のピークが得られることがわかる. なお, 入出力相関では応答の位相差 τ に配慮して, 2 値の場合には $\tau = 4$ とした. 図 3.4 での各 a

における実数値の場合のシステム挙動のリアプノフ指数 λ は正である（カオス性を有している）ことが確認できている。

図 3.5 は、パラメータ a を、図 3.4 でピーク値付近となる $a = 2.8425$ に設定し、システム挙動の信号強度依存性を調べたものである。 $A = 1$ をこえる強い信号強度下では、システム応答が信号に強制されていくが、それより弱い信号強度下では強制力ではなく共鳴による応答が実現している。

カオス共鳴においては、システム応答は外部入力信号の周波数 Ω に非単調な応答性を示すと考えられる。図 3.6 は、 $A = 0.005$, $\Omega = 0.1$ の周期信号下でシステムが正負のカオスアトラクタ領域に滞在する時間（residence time） T_r の頻度分布 $P(T_r)$ である。半周期の奇数倍（ $T_r = 10, 30, 50, \dots$ ）の各近傍で値が大きくなっており（一般には、周期 $T_0 = 2/\Omega$ において、 $T_r = (k - 1/2) T_0$, $k = 1, 2, 3, \dots$ ），そのタイミングでアトラクタ間の遷移が生じやすいことを示している。そこで $k = 1$ での $T_r = T_0/2$ の近傍（ $\pm 0.25T_0$ ）における頻度 P_1

$$P_1 = \int_{T_0/2 - 0.25T_0}^{T_0/2 + 0.25T_0} P(T_r) dT_r \quad (3.14)$$

に着目し、その Ω 特性を求めると図 3.7 に示したように、 $\Omega = 0.005$ ($T_r = 200$) 付近でピークとなる共鳴周波数が確認できる。

$\Omega = 0.005$ に設定した場合には、図 3.4 における SNR と $C(\tau)$ は $\Omega = 0.1$ の場合と比較して増加し、それらのピーク値はそれぞれ 30dB と 0.7 程度となることが確認できている。

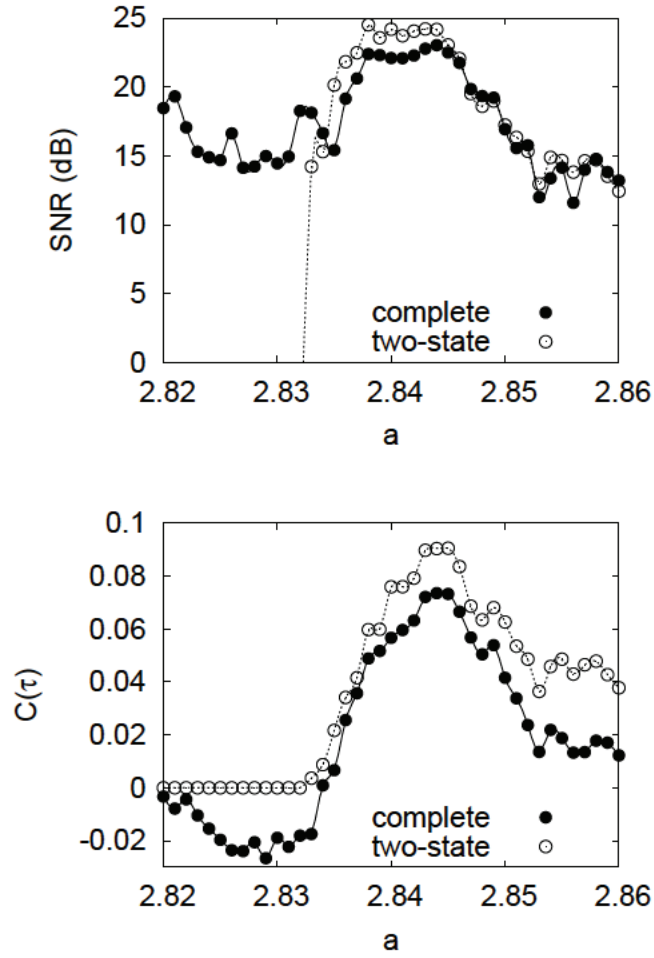


図 3.4 信号下システム応答の SN 比 (SNR) と入出力相関 $C(\tau)$ のパラメータ a 依存性 ($A = 0.005, \Omega = 0.1, b = 10$). $C(\tau)$ の評価において complete では $\tau = 0$, two-state では $\tau = 4$ と設定. [Copyright(C)2012 IEICE, [23] Fig. 3]

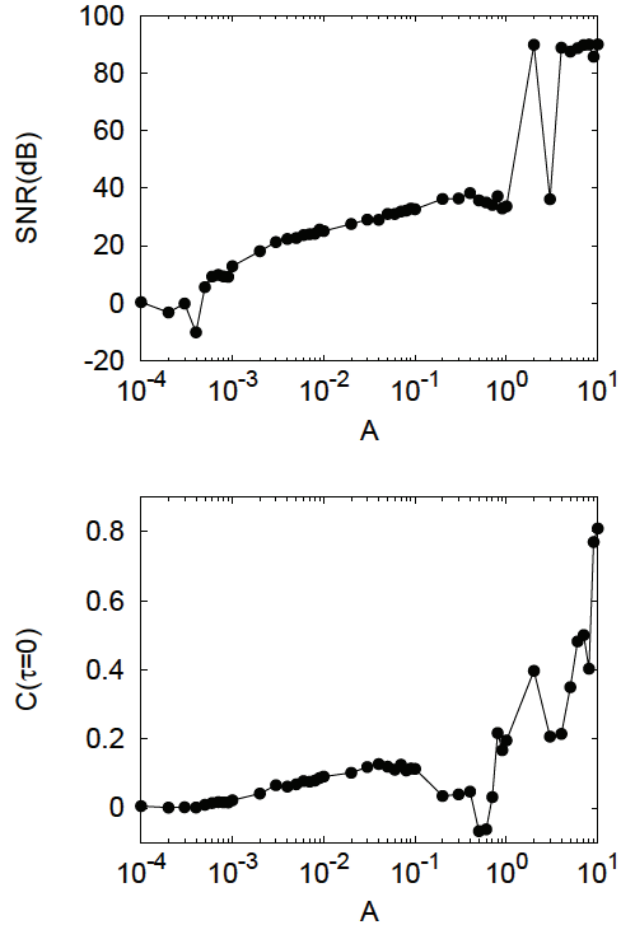


図 3.5 信号下システム応答の信号強度 A 依存性 ($a = 2.8425$, $\Omega = 0.1$, $b = 10$). [Copyright(C) 2012IEICE, [23] Fig. 4]

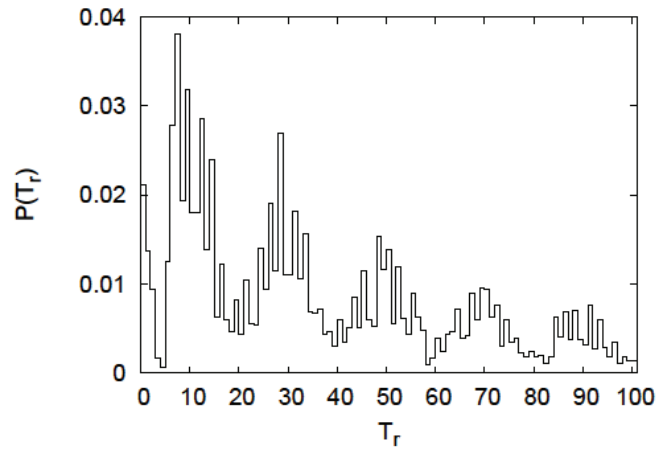


図 3.6 各アトラクタ領域滞在時間 T_r の確率密度分布 (5×10^5 反復, $a = 2.8425$, $A = 0.005$, $\Omega = 0.1$, $b = 10$). [Copyright(C)2012 IEICE, [23] Fig. 5]

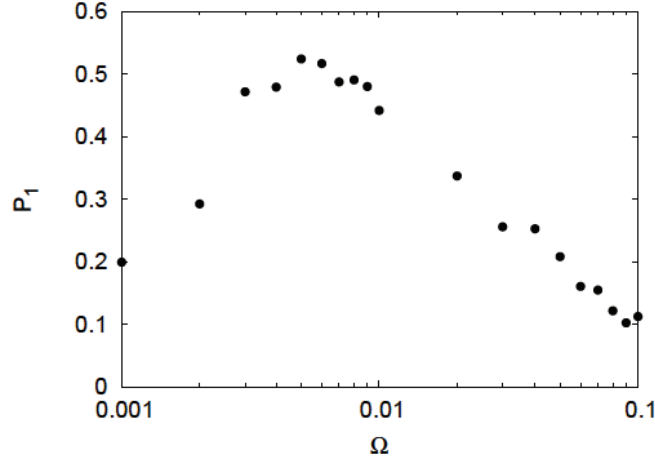


図 3.7 半周期近傍滞在時間頻度 P_1 の Ω 依存性 ($a = 2.8425$, $A = 0.005$, $b = 10$). [Copy-right(C)2012 IEICE, [23] Fig. 6]

3.1.2 結果

3.1.2.1 1次元 cubic 写像における RRO フィードバック信号による CCI の制御

RRO 法による CCI の制御効果を評価するために、内部パラメータ a を CCI を呈する $a = 2.85$, $a = 2.855$, $a = 2.86 (> a_{cr})$ に設定した cubic 写像に、RRO フィードバック信号を加えた。フィードバック項の信号強度 K は、 $0 \leq K \leq 0.15$ に設定した。 $x(t)$ の分岐図、信号強度 K に対するリアプノフ指数 λ の依存性、及び K に対する $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の依存性を、図 3.8(a), (b) 及び (c) に示す。CCI の発生頻度 P_t は、フィードバック信号強度 K の増加とともに減少している。 P_t は、次式によって定義される。

$$P_t = f_{cc}/T, \quad (3.15)$$

ここで、 f_{cc} と T は、CCI の頻度とスweepの回数を表す。その結果、 $K \lesssim 0.02$ ($a = 2.85$), 0.03 ($a = 2.855$) 及び 0.04 ($a = 2.86$) において、 $x(t)$ はカオス挙動を呈し ($\lambda > 0$)、正と負の領域を往来している。しかし、 K の値がより高くなると、2つのアトラクタは分離し、 $x(t)$ は初期状態 $x(0)$ に応じて正負いずれかのアトラクタに閉じ込められる。さらに、このアトラクタの分岐点において、 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ の値は負から正へ、 $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ の値は正から負に変わっている。これはすなわち、(3.4) 式のフィードバック項がアトラクタを分離する効果を有していることを示している。

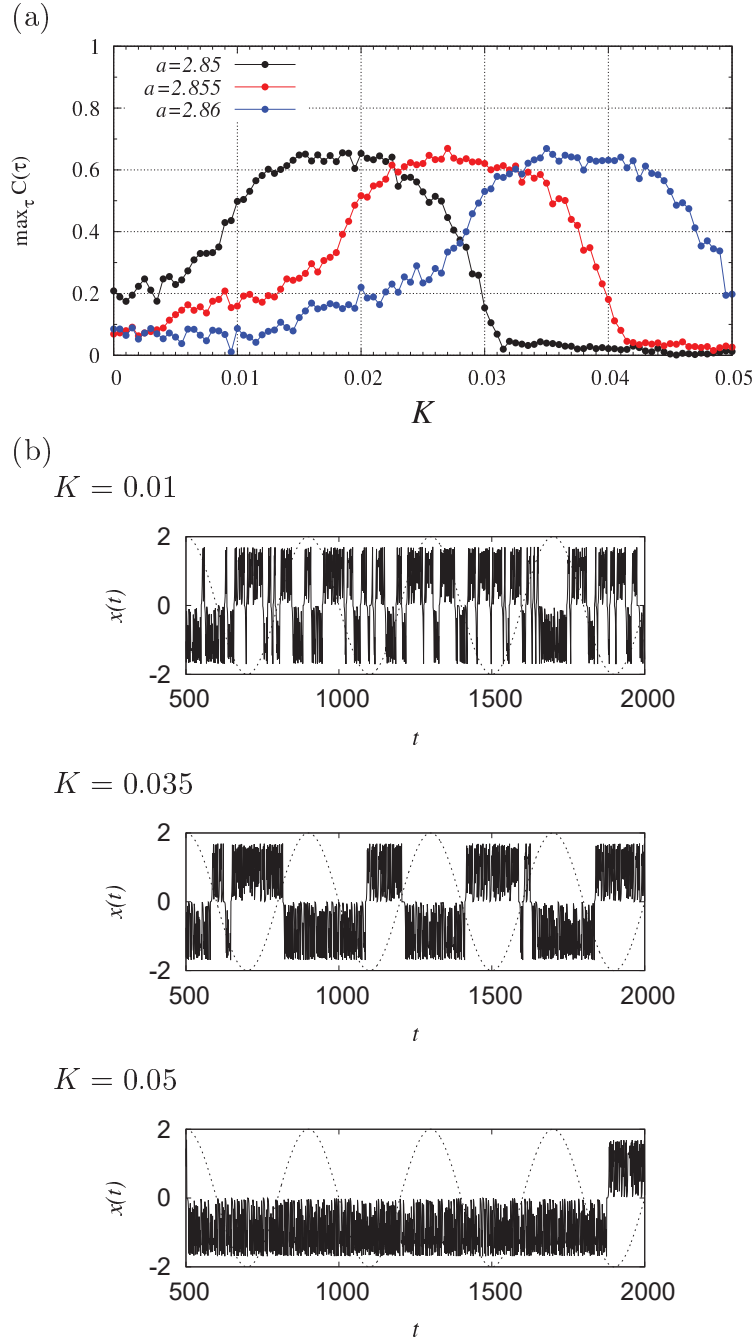


図 3.9 (3.6) 式で与えられる cubic 写像におけるフィードバック制御下での信号応答性. (a) 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ のフィードバック信号強度 K 依存性. (b) 内部パラメータを $a = 2.86$ に設定時の $K = 0.01, 0.035, 0.05$ に対する $x(t)$ の時系列変化 ($b = 10, A = 0.005, \Omega = 0.005, \sigma = 0.6$). [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 5]

場合, $x(t)$ は高周波または低周波の外部入力信号の変化に対応した応答を示していない ($K = 0.01$ 及び $K = 0.05$ の場合の時系列変化参照).

カオス共鳴が誘起される適切なフィードバック信号強度 K を決定するために、図 3.10 に示す $\max_{\tau} C(\tau)$ と $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の散布図を評価した。 $\max_{\tau} C(\tau)$ と $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の値は、 $0.0 \leq K \leq 0.05$ における図 3.8(c) 及び図 3.9(a) の結果に対応している。 $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min}) = 0$ 付近において、 $\max_{\tau} C(\tau)$ が最大となることが確認できる。 $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min}) \approx 0$ においては、外部入力信号の振幅が小さい場合でもその変化のタイミングに合わせて、外部入力信号によりアトラクタのスイッチングが起こっている。そして、CCI の同期を誘起している。

さらに、図 3.11 に信号応答性の a 及び K 依存性と、CCI が生起する領域を示す。CCI が生起する領域は、赤い実線の右側の領域である。ここで CCI の生起は、 $x(t)$ が正及び負どちらか一方のカオスアトラクタ領域に閉じ込められている状態のままであるかどうか ($x(t) > 0$ または $x(t) < 0$) で決定した。以上より、 $2.84 \lesssim a \lesssim 2.86$ におけるすべての a の値に対してフィードバック信号強度 K のチューニングによって、CCI の誘起が可能であることが確認できた。CCI 状態になった後に $\max_{\tau} C(\tau)$ は最大となる ($\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.7$)。すなわちカオス共鳴が誘起されている。

図 3.12 に示す $\max_{\tau} C(\tau)$ の信号周波数 Ω 依存性に基づいて、カオス共鳴の信号周波数依存性を評価した。ここで K は、図 3.9(a) において $\max_{\tau} C(\tau)$ が最大値を示す値に設定した。図 3.12 の結果から、CCI が高い周波数の信号に追随できないために、 $\max_{\tau} C(\tau)$ が周波数 Ω の増加とともに減少する傾向にあることが確認できる。

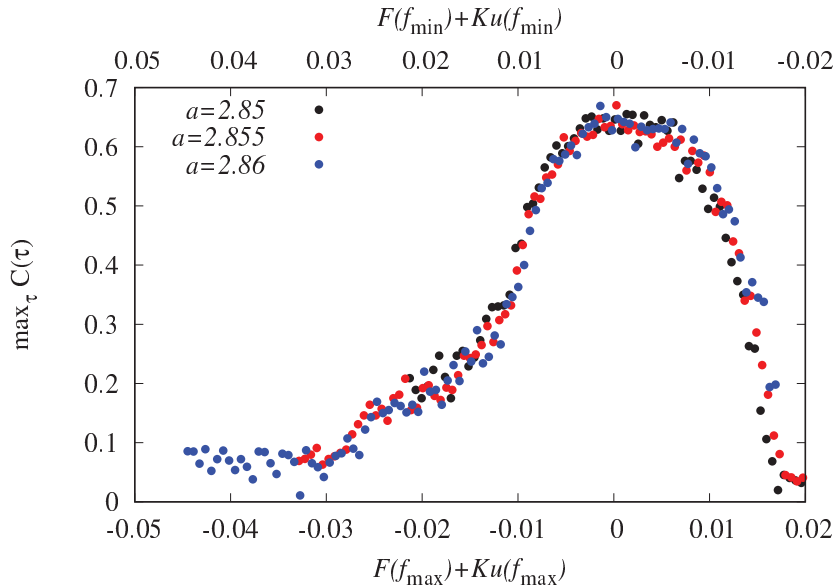


図 3.10 $0.0 \leq K \leq 0.05$ ($b = 10$, $A = 0.005$, $\Omega = 0.005$, $\sigma = 0.6$) における $\max_{\tau} C(\tau)$ と $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の散布図。 [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 6]

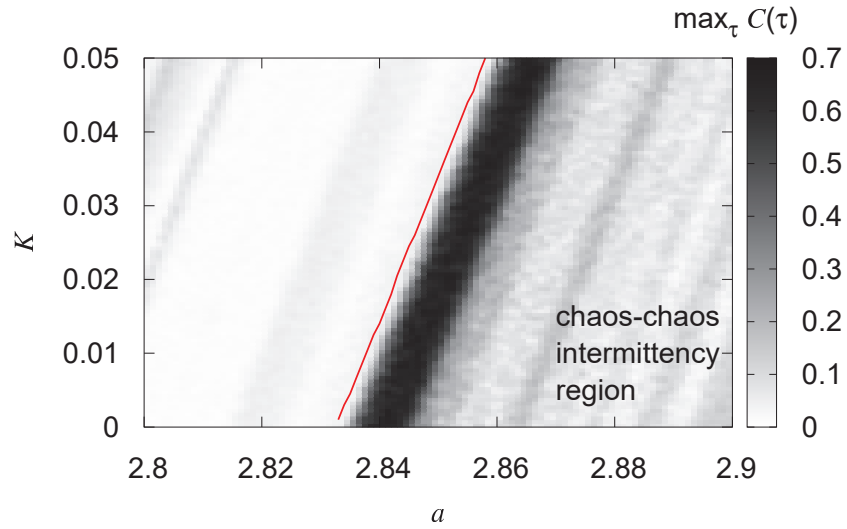


図 3.11 cubic 写像における相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の a 及びフィードバック信号強度 K 依存性. $2.84 \lesssim a \lesssim 2.86$ におけるすべての a の値に対して CCI が起こるフィードバック信号強度 K の領域で $\max_{\tau} C(\tau)$ は最大 ($\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.7$) となる ($b = 10$, $A = 0.005$, $\Omega = 0.005$, $\sigma = 0.6$). [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 7]

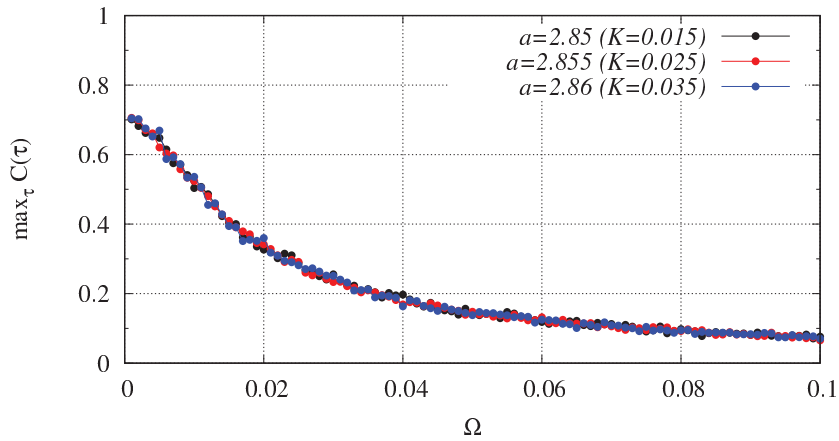


図 3.12 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の信号周波数 Ω 依存性 ($b = 10$, $A = 0.005$, $\sigma = 0.6$). [Copyright(C)2018 IEICE, [38] Fig. 8]

3.1.3 考察及び結論

3.1 節では, 1 次元 cubic 写像において, RRO フィードバック信号を適用して, カオス-カオス間欠性を制御する方法を提案した. 精確な作動を要求されるシステムでは, カオス状態はシステムの挙動を劣化させることにつながる. 例えば, 機械システムにおける制御軌道の正確さの劣化や電気回路や化学システムにおける不適切なゆらぎの発生などがある. それゆえに, 従来のカオス制御では, 外部からの摂動による平衡点への安定化や周期状態への移行を通して, カオスを除去する必要があった. 一方, 我々が提案する制御法は, カオスを維持した状態でシステムの挙動領域を減少させることによりアトラクタ領域

の併合を制御する。その結果、アトラクタ領域の併合点付近において適切なフィードバック信号強度を設定することにより、CCI 頻度が減少し、外部入力信号とシステム挙動との相関係数がピークに達し、カオス共鳴が誘起された。

結論として、我々が提案する制御法は、RRO フィードバック信号を通してカオス共鳴による信号応答性の制御が可能であることが確認された。したがって、提案手法は生命システムのような内部パラメータの調節が困難なシステムにおいて、フィードバック信号を適用してカオス共鳴による信号応答性を強めるしくみのデバイス及び手法の開発を促進することが可能となる。

3.2 cubic 写像結合系におけるカオス-カオス間欠性の制御

本節では、1次元 cubic 写像を結合した cubic 写像結合系に対し、提案する軌道領域減少法を適用したカオス-カオス間欠性の同期制御について検討を行う。具体的には、cubic 写像結合系を構成する要素の数を、2 から数百に拡張してアトラクタの併合制御を行い、フィードバック信号に基づく同期制御について評価を行う。そして、リアプノフ指数及び横断的リアプノフ指数を導入し、CCI 同期とカオス軌道及びカオス同期の安定性との関係について評価を行う。

3.2.1 モデルと方法

3.2.1.1 cubic 写像結合系

以下の (3.16) 式から (3.18) 式で定義される RRO フィードバック信号を印加した 1 次元 cubic 写像に対し、

$$x(t+1) = F(x(t)) + Ku(x(t)) \quad (3.16)$$

$$F(x) = (ax - x^3) \exp(-x^2/b) \quad (3.17)$$

$$u(x) = -(x - x_d) \exp((x - x_d)^2 / (2\sigma^2)) \quad (3.18)$$

N 個の cubic 写像で構成されるリング型のネットワーク構造を有する cubic 写像結合系は、強度 J のギャップ結合を伴い、

$$x_i(t+1) = F(x_i(t)) + Ku(x_i(t)) + J(2x_i - x_{i-1} - x_{i+1}) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.19)$$

で表される。ここで周期的境界条件は、 $i = 1$ と $i = N$ の場合に適用される。(3.19) 式において、もしも $(x_{i-1} + x_{i+1} - 2x_i)$ のように順序立った拡散結合が形成された場合、cubic 結合系は、十分な結合強度において逆位相の同期を誘起する。それゆえに同位相の同期を評価するために、拡散結合の逆符号が定義される。

3.2.1.2 RRO フィードバック信号と外部入力信号を印加した cubic 写像結合系

3.2.1.3 信号応答性の評価尺度

CCI の同期は、2 値化した時系列である $X_i(t)$ と $X_j(t)$ ($i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$) の間の相関係数を用いて評価した ($x_{i,j}(t) \geq 0$ のとき $X_{i,j}(t) = 1$, $x_{i,j}(t) < 0$ のとき, $X_{i,j}(t) = -1$)。

$$C(\tau) = \frac{C_{ij}(\tau)}{\sqrt{C_{ii}C_{jj}}}, \quad (3.20)$$

$$C_{ij}(\tau) = \langle (X_i(t+\tau) - \langle X_i \rangle)(X_j(t) - \langle X_j \rangle) \rangle, \quad (3.21)$$

$$C_{ii} = \langle (X_i(t) - \langle X_i \rangle)^2 \rangle, \quad (3.22)$$

$$C_{jj} = \langle (X_j(t) - \langle X_j \rangle)^2 \rangle, \quad (3.23)$$

ここで、 $\langle \cdot \rangle$ は、 n 回の平均を表す。

cubic 写像結合系が呈するカオス性を評価するために、以下に示す最大リアプノフ指数を導入した。

$$\lambda_1 = \frac{1}{\tau_l M} \sum_{k=1}^M \ln \left(\frac{|\mathbf{d}^k(t_l = \tau_l)|}{|\mathbf{d}^k(t_l = 0)|} \right). \quad (3.24)$$

ここで、 $\mathbf{d}^k(t_l = 0)$ は、 $t = t_0 + (k-1)\tau_l$ において $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$ に設定される M 個の初期状態のゆらぎであり、次式で与えられる。

$$\mathbf{d}^{k+1}(t_l = 0) = |\mathbf{d}_0| \frac{\mathbf{d}^k(t_l = \tau_l)}{|\mathbf{d}^k(t_l = \tau_l)|}, \quad (3.25)$$

ここで、 $\mathbf{d}^1(t_l = 0) = \mathbf{d}_0$ (\mathbf{d}_0 : 初期ベクトル) である。さらに、 $\mathbf{d}^k(t_l = t\tau)$ は、 $t_l \in [0 : \tau]$ におけるゆらぎベクトルの時間発展である。本研究では、 $\tau_l = 1$ 、 $\mathbf{d}_0 = 10^{-6}$ に設定した。

さらに、cubic 写像結合系の場合、同期の安定性を最大横断的リアプノフ指数を用いて評価した。本評価を行うために、Dabrowski により提案された方法を用いた。この方法によると、 $t_\perp \in [0 : \tau_\perp]$ の間の同期集合からゆらぎベクトル $\mathbf{d}_s^k(t_\perp)$ ($k = 1, 2, \dots, M$) の時間発展を計算することができる。ここでは、初期ゆらぎ $\mathbf{d}_s^k(0)$ を $t = t_0 + (k-1)\tau_\perp$ に設定した。そして、ゆらぎベクトルとその時間微分との内積を、以下のように計算した。

$$\lambda_s^k = \frac{\mathbf{d}_s^k(\tau_\perp) \cdot \frac{d\mathbf{d}_s^k(\tau_\perp)}{dt}}{|\mathbf{d}_s^k(\tau_\perp)|^2}, \quad (3.26)$$

ここで、 \cdot は内積を表す。最大リアプノフ指数は、次式で与えられる。

$$\lambda_\perp = \frac{1}{\tau_\perp M} \sum_{k=1}^M \lambda_s^k. \quad (3.27)$$

本研究では、 $\tau_\perp = 5$ とし、初期ゆらぎの大きさを $\mathbf{d}_s^k(0) = 10^{-6}$ に設定した。

3.2.2 結果

3.2.2.1 RRO フィードバック信号によるアトラクタ併合制御

ここではフィードバック信号 $Ku(x)$ を適用して、併合したアトラクタを分離する制御法を検討する。図 3.13(a) の上部は、アトラクタ併合時の $x(t)$ の軌道と写像をである。図中の矢印は、アトラクタの切換点を示している。すなわち、 $x(t) \approx 1.7$ において、アトラクタは正の領域 ($x(t) > 0$) から負の領域 ($x(t) < 0$) に切替っている。一方 $x(t) \approx -1.7$ において、アトラクタは負の領域 ($x(t) < 0$) から正の領域 ($x(t) > 0$) に切替っている。この

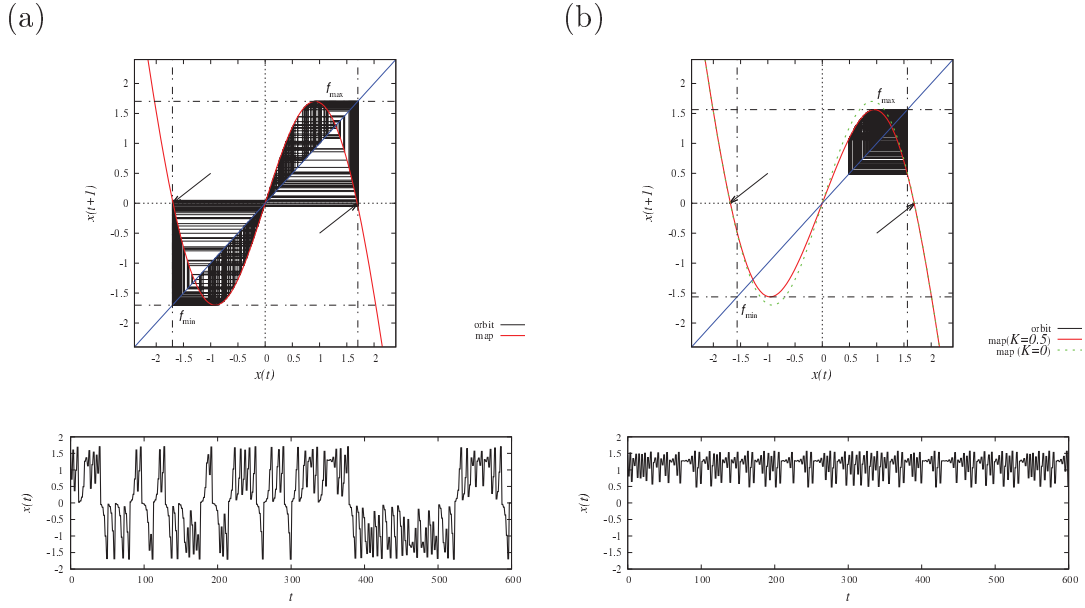


図 3.13 (a)RRO フィードバック項がない場合 ($K = 0$) の cubic 写像のリターンマップとその軌道 (上图). $x(t)$ の時系列変化 (下图). 矢印はアトラクタのスイッチングポイント. 一点鎖線は cubic 写像の $x(t) \approx \pm 0.916$ における極大値 (f_{\max}) と極小値 (f_{\min}). (b)RRO フィードバック項がある場合 ($K = 0.5$) の cubic 写像のリターンマップとその軌道 (上图). $x(t)$ の時系列変化 (下图). ($a = 2.86$, $b = 10$, $\sigma = 0.6$). [Copyright(C)2019 IEICE, [39] Fig. 1]

アトラクタの切替りは、図 3.13(a) 下部の時系列変化からも確認することができる。この結果から、CCI が $F(f_{\max}) < 0$ と $F(f_{\min}) > 0$ において起こっていることを確認することができる。ここで、 f_{\max} , f_{\min} 及び $F(f_{\max, \min})$ は、それぞれ写像関数の $x(t) \approx \pm 0.916$ における極大値と極小値、及び写像関数と垂直な破線との交点である。次に、CCI を抑制するために、フィードバック信号 $Ku(x)$ ($K = 0.5$) を加えた。フィードバック信号は $f_{\max, \min}$ の絶対値を減少させる効果を有している。これにより、アトラクタ併合の要因である $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ 状態の生起を回避する。その結果図 3.13(b) に示すように、 $x(t)$ の軌道は、初期状態 $x(0)$ 設定値に応じて正又は負いずれかの一方の領域に閉じ込められる (図 3.13(b) 上下図の実線参照)。

3.2.2.2 RRO フィードバック信号による CCI の同期制御

最初に、(3.19) 式で与えられる 2 つの cubic 写像結合系 ($N = 2$) における CCI 同期について評価を行う。図 3.14(a) は、ギャップ結合を $J = 0.05$ に設定した場合の $x_1(t)$ 及び $x_2(t)$ の時系列変化である。RRO フィードバック信号強度 $K = 0.05$ の設定に対し、 $x_1(t)$ 及び $x_2(t)$ の CCI 挙動は同期していない。一方 $K = 0.25$ の設定に対しては、CCI の周波数が減少し、CCI の同期が生起している。より高い RRO フィードバック信号強度 K ($K = 0.3$) を設定した場合、 $x_1(t)$ 及び $x_2(t)$ はどちらか一方のアトラクタ領域に閉じ込め

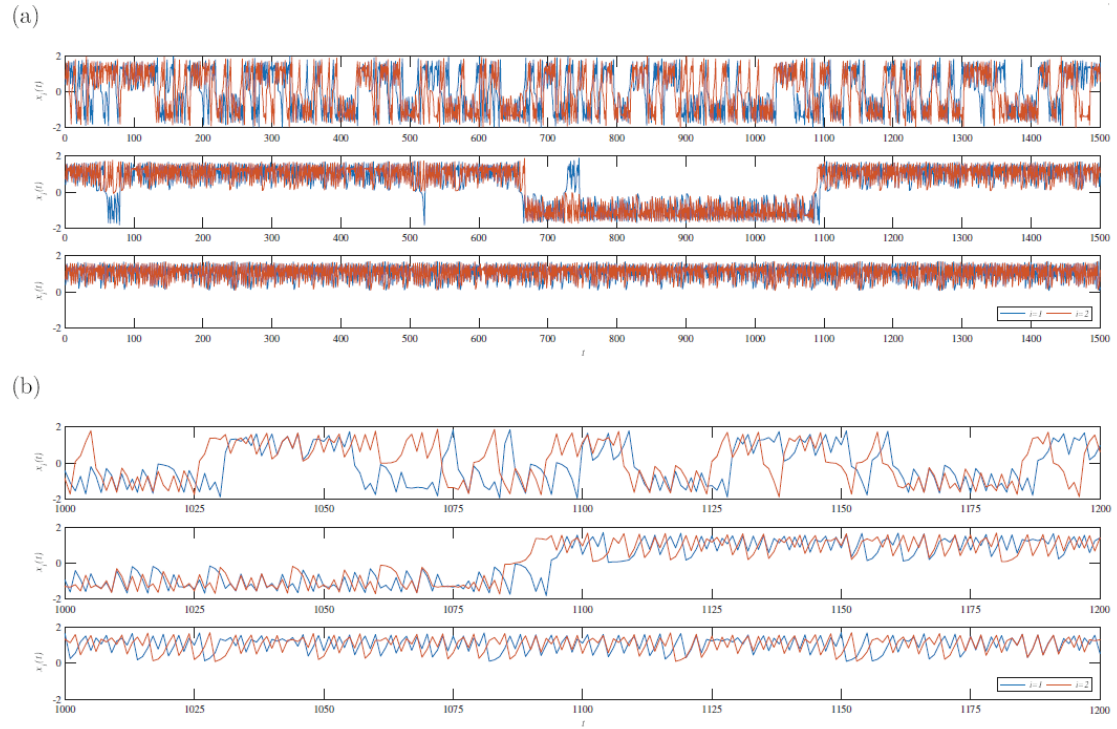


図 3.14 (a) $K = 0.05$ (上段), $K = 0.25$ (中段), $K = 0.3$ (下段) における $x_{1,2}(t)$ の時系列変化. (b)(a) における時系列変化の拡大図 ($a = 2.86$, $b = 10$, $\sigma = 0.6$, $J = 0.05$, $N = 2$).
[Copyright(C)2019 IEICE, [39] Fig. 2]

られる. これらの時系列変化を拡大したものを図 3.14(b) に示す. CCI が誘起されている状況下でも ($K = 0.25$), どちらか一方のアトラクタ領域においては, 各要素 ($x_1(t), x_2(t)$) の軌道は, 同期していない. 図 3.15 に, $x_1(t)$ と $x_2(t)$ の時系列変化に対する相関係数 $C(0)$, λ_1 及び λ_\perp を, ギャップ結合 J と RRO フィードバック信号強度 K の関数として示す. ここで $C(0)$ は, CCI が誘起される領域と誘起されない領域の境界で高い値を示している ($C(0) \gtrsim 0.7$). 図 3.15 上図 ($C(0)$) の空白部分は, CCI が誘起されない領域, すなわち $x_{1,2}$ の軌道がどちらか一方に閉じ込められる領域を表す. $C(0)$ のピーク値は, J の増加とともに増加している. この領域では, 高い相関係数 $C(0)$ を示すとともに挙動はカオスを呈し ($\lambda_1 > 0$), 不安定な同期状態にある ($\lambda_\perp > 0$). これは, 結合強度が弱いためたとえ CCI 同期が起こっていても, どちらか一方のアトラクタ領域におけるカオス挙動は, お互いに同期していないことを示している.

続いて, より大きいスケールの cubic 写像結合系における CCI の同期制御について評価を行った. 図 3.16 の上段に, cubic 写像結合系におけるすべての組み合わせについて, $x_i(t)$ と $x_j(t)$ ($i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$) の時系列変化に対する相関係数 $C(\tau = 0)$ の平均値を, ギャップ結合 J と RRO フィードバック信号強度 K の関数として示す. また, λ_1 及び λ_\perp をギャップ結合 J と RRO フィードバック信号強度 K の関数として, それぞれ図 3.16 の中段と下段に示す. ここで, $C(0)$, λ_1 及び λ_\perp は, 2つの cubic 写像結合系の場合と

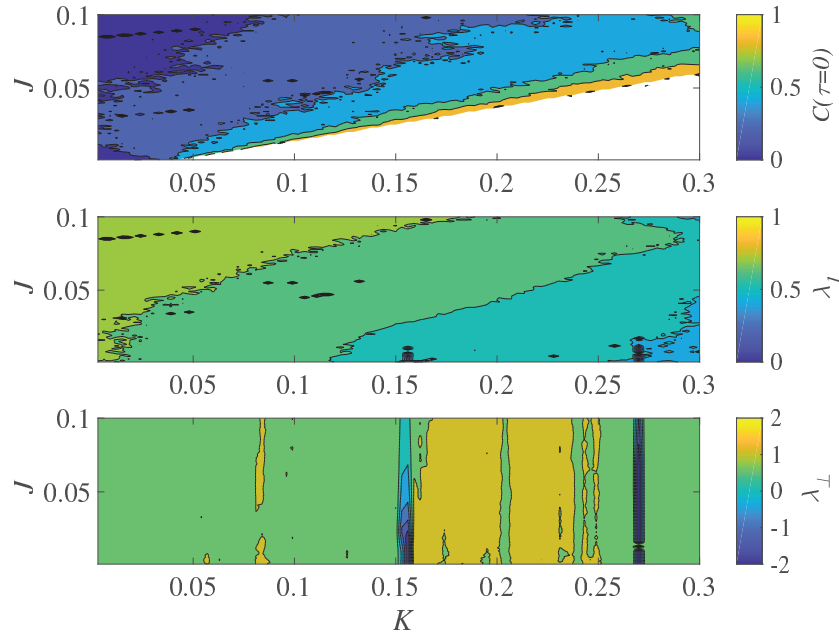


図 3.15 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ の時系列変化に対する相関係数 $C(\tau=0)$ (上段), 最大リアプノフ指数 λ_1 (中段), 横断的リアプノフ指数 λ_\perp のギャップ結合 J と RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性. ($C(\tau=0)$) に対応する空白部分は CCI が誘起されない領域すなわち $x_{1,2}$ の軌道がどちらか一方に閉じ込められる領域 ($a = 2.86$, $b = 10$, $\sigma = 0.6$, $J = 0.05$, $N = 2$). [Copyright(C)2019 IEICE, [39] Fig. 3]

同様の傾向を示している. これは, あらゆるサイズの cubic 写像結合系において, CCI の誘起境界領域で $C(0)$ が高い値となることを示している. しかしながら, $C(0)$ が高い値を示す領域は狭く, その値は結合する cubic 写像の結合数 (N) の増加に伴って減少している. 上記に加えて, $C(0)$ の最大値を, $0 \leq J \leq 0.1$, $0 \leq K \leq 0.3$ のパラメータ領域に対して, N の関数として図 3.17 に示す. 同期状態 ($C(0) \approx 1.0$) は, 結合数 $N \approx 10$ まで維持されている. しかしながら, この状態は $N \gtrsim 10$ において徐々に崩れる傾向にある.

3.2.3 考察及び結論

3.2 節では, ギャップ結合により構成された cubic 写像結合系において, CCI 同期が誘起される適切な RRO フィードバック信号強度が確定できた. 特に, 高い同期状態が誘起されるパラメータ領域は, CCI が誘起されるフィードバック信号強度パラメータ領域と CCI が誘起されない領域の境界に位置していた. また, たとえ CCI 同期が誘起されていても, いずれか一方の同一アトラクタ領域に閉じ込められた複数の cubic 写像要素は, 互いに同期せず別軌道でカオス性を保持していることが確認された. 誘起された CCI 同期のこれらの特徴は, 数十程度のスケールの cubic 写像結合系において維持されていた.

CCI 同期の増強が, CCI の誘起が確認される境界で起こる理由について検討を行う. 境界近傍において, 単一の cubic 写像 ($J = 0$) ではアトラクタの切替りはほとんど起こらない. しかし, cubic 写像結合系 ($J > 0$) においては, 他の振動子におけるアトラクタ

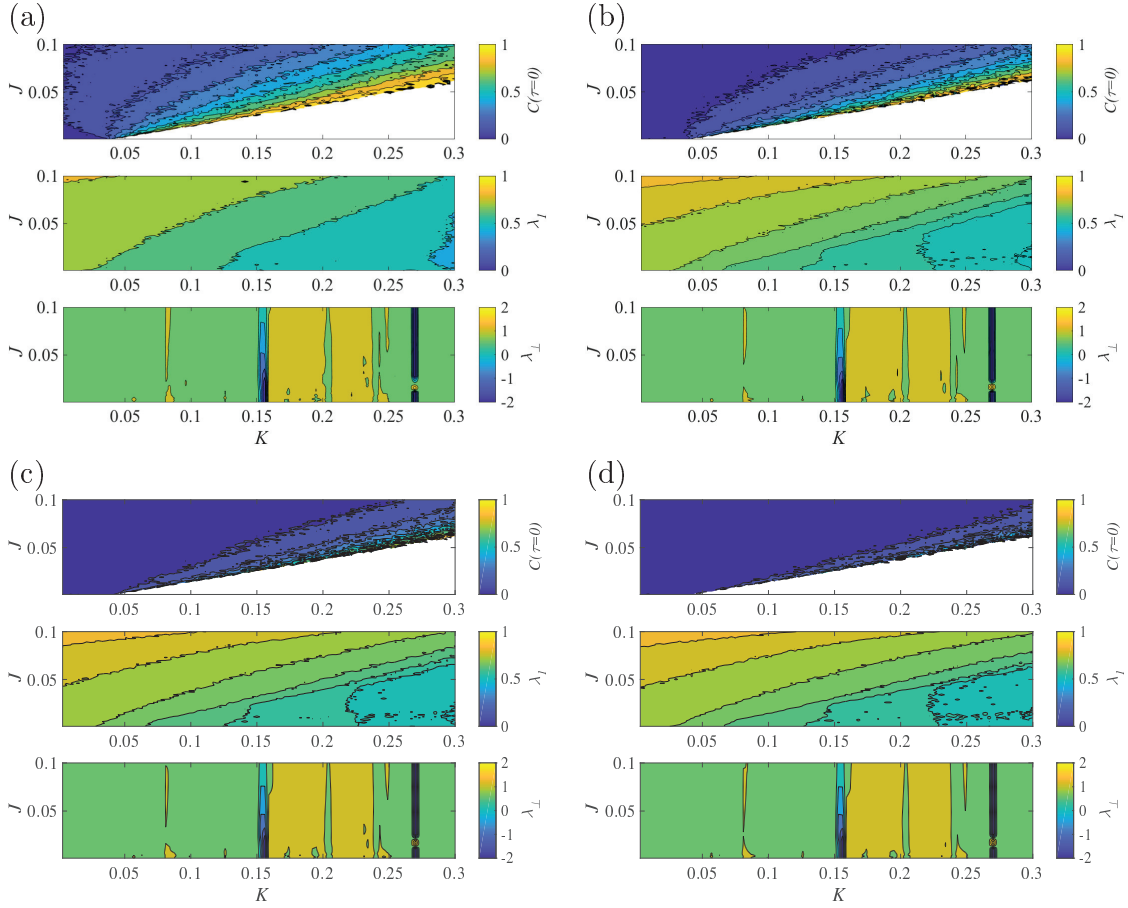


図 3.16 cubic 写像結合系におけるすべての組み合わせにおける $x_i(t)$ と $x_j(t)$ ($i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$) の時系列変化に対する相関係数 $C(\tau=0)$ の平均値のギャップ結合 J 及び RRO フィードバック信号強度 K 依存性 (上段). ここで白い領域は CCI が起こらない領域, すなわち x_i の軌道がどちらか一方に閉じ込められる領域. 最大リアプノフ指数 λ_1 の J 及び K 依存性 (中段). 最大横断的リアプノフ指数 λ_\perp の J 及び K 依存性 (下段). (a) $N = 4$. (b) $N = 8$. (c) $N = 16$, (d) $N = 32$. [Copyright(C)2019 IEICE, [39] Fig. 4]

領域のスイッチングの影響が, アトラクタ領域が正と負の領域に分離される拘束条件の打開を促進する. それゆえ, cubic 写像結合系においては, CCI がお互いに同期することになる.

従来のカオス制御法では, OGY 法や遅延フィードバック法のように, 外界からの摂動により安定な平衡状態に収束させたり, 周期状態に移行させることにより, システムのふるまいを劣化させるカオス状態は除去されていた. 我々の手法でも, カオス状態は高いフィードバック強度において周期状態に移行する. しかし, 高いコヒーレントな CCI 同期が誘起される領域においては, カオス状態は維持されている. すなわち, 我々が提案する方法は, カオス状態を除去するのではなく, 最適なカオス状態を誘起していた.

リアプノフ安定性, 能動制御及び逆リアプノフ理論に基づくいくつかの非線形フィードバック制御では, カオス同期を実現している. しかし, これらの方法ではそれぞれの分離

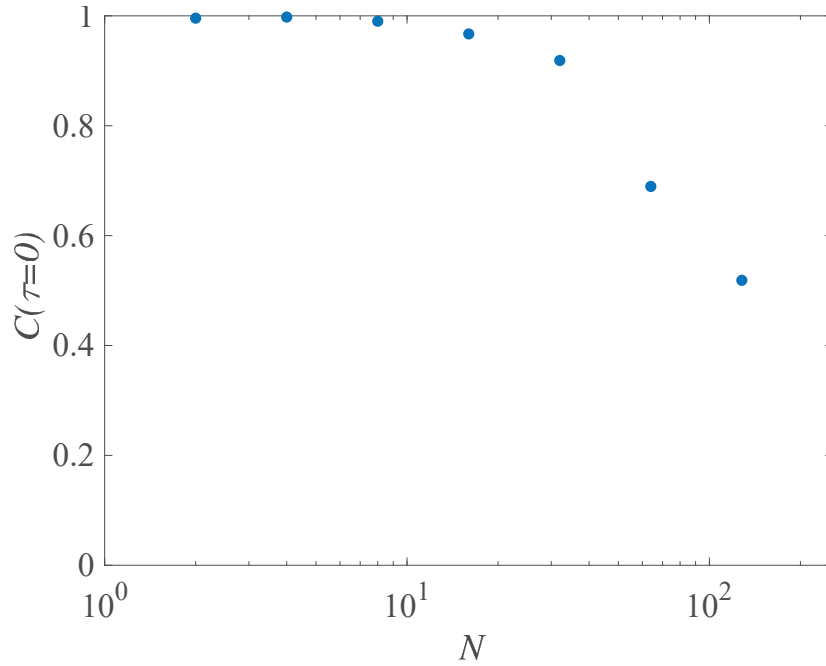


図 3.17 cubic 写像のサイズ N に対する cubic 写像結合系におけるすべての組み合わせにおける相関係数 $C(\tau=0)$ の最大値. [Copyright(C)2019 IEICE, [39] Fig. 5]

されたアトラクタ領域のなかで、非同期状態が許容されていない。一方、我々が提案する方法では、それぞれ正と負に分離されたアトラクタ領域内での非同期状態が維持されたままで、CCI 同期を誘起する (λ_{\perp} が正に対応)。

CCI 同期を実現するための手法という観点では、従来の OGY 法の適用に基づくフィードバック信号も、候補にあげられる。しかし、この手法を精査すると、OGY 法に基づく方法は、CCI 同期に要するアトラクタ併合を誘起するための効果を示さない。OGY 法に基づく制御メカニズムは、局所的であると考えられ、フィードバック信号の効果は広い領域に及ばない。そして、不安定平衡点のような安定していない対象に隣接する領域に制限される。したがって、広い領域での挙動を誘起する CCI とアトラクタ併合は、OGY 法に基づく手法では制御できないことになる。

3.3 興奮性-抑制性ニューラルシステムにおけるカオス-カオス間欠性の制御

前節において、本研究で提案する軌道領域減少（RRO）法を離散時間システムである cubic 写像とその結合系に適用し、併合状態にあるアトラクタの制御を通して内部パラメータのチューニングによらずに CCI 状態をカオス共鳴状態に制御可能であることを示してきた。本節では、RRO 法を離散時間神経システムである Sinha モデルに適用し、神経システムにおけるカオス共鳴の可能性を追究する。またこれまでは、RRO フィードバック信号をアトラクタの分離に利用してきたが、システムの挙動がアトラクタ分離状態にある場合、カオス共鳴制御はできない。そこで、負の RRO フィードバック信号を印加し、分離状態にあるアトラクタに対するカオス共鳴の誘起を検討する。そして、システム挙動を神経システムの内部パラメータ及び外部入力信号の強度と周波数に基づいて評価する。

3.3.1 モデルと方法

3.3.1.1 興奮性-抑制性離散時間ニューラルシステム

図 3.18 に、Sinha によって開発され本研究で検討を行った、興奮性と抑制性のニューロンで構成される離散時間ニューラルシステムを示す。興奮性ニューロン $x(t)$ と抑制性ニューロン $y(t)$ の挙動は、次式で表される。

$$x(t+1) = F_a(w_{EE}x(t) - w_{EI}y(t)), \quad (3.28)$$

$$y(t+1) = F_b(w_{IE}x(t) - w_{II}y(t)). \quad (3.29)$$

ここで、 w_{EE} と w_{IE} は興奮性ニューロンから興奮性ニューロンへの結合荷重と興奮性ニューロンから抑制性ニューロンへの結合荷重であり、 w_{II} と w_{EI} は抑制性ニューロンから抑制性ニューロンへの結合荷重と抑制性ニューロンから興奮性ニューロンへの結合荷重である。活性化関数 F_a と F_b は、

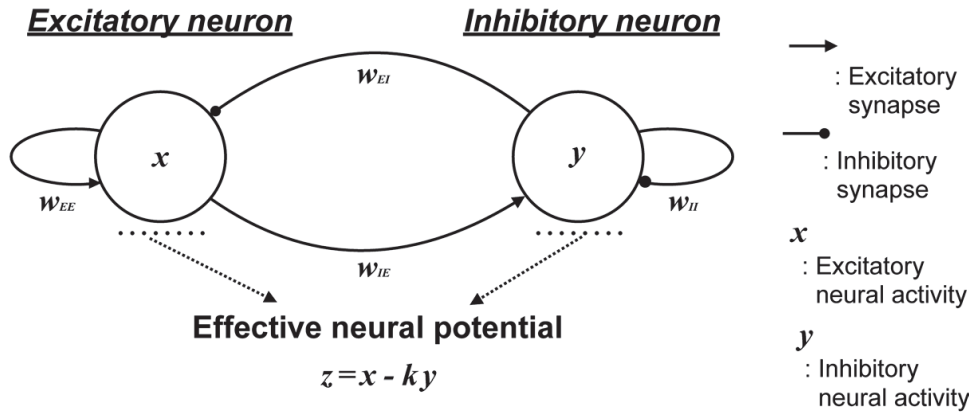
$$F_a(X) = \begin{cases} -1 & (X < -1/a) \\ aX & (-1/a \leq X \leq 1/a) \\ 1 & (X > 1/a) \end{cases} \quad (3.30)$$

$$F_b(Y) = \begin{cases} -1 & (Y < -1/b) \\ bY & (-1/b \leq Y \leq 1/b) \\ 1 & (Y > 1/b) \end{cases} \quad (3.31)$$

で与えられる。パラメータ $1/a$ と $1/b$ は、それぞれ興奮性と抑制性のニューロンの状態に対する活性化の閾値である。 $w_{EI}/w_{EE} = w_{II}/w_{IE} = k$ の条件下で、 $x(t)$ と $y(t)$ による 2 次元挙動は、有効神経電位 $z(t) = x(t) - ky(t)$ による (3.32) 式に示す 1 次元挙動に帰される。

$$z(t+1) = F(z(t)) = F_a(w_{EE}z(t)) - kF_b(w_{IE}z(t)). \quad (3.32)$$

Neuron Model



Controlling Signal Response

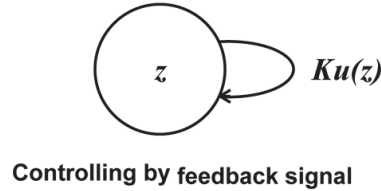


図 3.18 Sinha によって提案された興奮性と抑制性のニューロンで構成される離散時間ニューラルシステム（上図）。 $w_{EI}/w_{EE} = w_{II}/w_{IE} = k$ の条件下で、 $x(t)$ と $y(t)$ による 2 次元挙動は、有効神経電位 $z(t) = x(t) - ky(t)$ による 1 次元挙動に帰される。RRO フィードバック信号 $Ku(z)$ によるカオス共鳴を利用した信号応答性の制御法（下図）。

ここで、新たに $a \cdot w_{EE}$ を a 、 $b \cdot w_{IE}$ を b と再定義することによって、

$$z(t+1) = F(z(t)) = F_a(z(t)) - kF_b(z(t)) \quad (3.33)$$

となる。

3.3.1.2 RRO フィードバック信号と外部入力信号を印加した興奮性-抑制性離散時間ニューラルシステム

神経システムのアトラクタ併合下（CCI 状態）における信号応答性を制御するために、カオス共鳴を適用する（図 3.18）。このアトラクタ併合は、フィードバック信号によって制御される。特に有効神経電位 $z(t)$ が呈する CCI の制御によりカオス共鳴を誘起するために、以下に示す RRO フィードバック項 $u(z)$ を導入した。

$$z(t+1) = F(z(t)) + Ku(z(t)), \quad (3.34)$$

$$u(z) = -(z - z_d) \exp(-(z - z_d)^2 / (2\sigma^2)). \quad (3.35)$$

ここで、 K は RRO フィードバック信号強度、 z_d は分離している各アトラクタの併合点、 σ は RRO フィードバック信号の影響領域を決定するパラメータである。

本研究では、 $a = 5.95, 5.96, 5.97$, $b = 3.42$, $k = 1.3811$ のパラメータ設定を用いた。これにより、 $z(t)$ の軌道は初期値に応じて正または負の領域に閉じ込められる。我々のこれまでの研究に基づいて、それぞれのカオス領域の分岐点を $z = 0$ にするために $z_d = 0$, この分岐点 $z(0)$ から極大・極小値までの距離 $\sigma = 1/a$ に設定した。以上に加えて、RRO フィードバック信号 $Ku(z)$ が CCI の抑制と併合状態のアトラクタの分離が可能な信号強度 K の正領域について精査した。またそれとは逆に、本節では負の領域にも着目する。 K の負領域では、RRO フィードバック信号 $Ku(z)$ は CCI を増強させ分離したアトラクタを併合することが予想される。

RRO フィードバック信号 $Ku(z)$ の効果を説明するために、図 3.19 及び図 3.20 にフィードバック信号を加えた $F(z) + K(u(z))$ の写像関数を示す。アトラクタの併合 (CCI) は、 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ かつ $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ の場合に起こる。ここで、 f_{\max} 及び f_{\min} は写像関数の極大値と極小値である。内部神経パラメータ $a = 6.03$, フィードバック信号強度 $K = 0$ に対し、アトラクタ併合条件が満たされている (図 3.19 左側参照)。正のフィードバック信号を適用することにより ($K = 0.1$, 図 3.21 参照), f_{\max} 及び f_{\min} の絶対値は減少し、図 3.19 の右側に示すように、アトラクタ併合条件が満たされなくなる。これまでの我々の研究では、この抑制効果によってカオス共鳴を制御した。 $a = 5.96$, フィードバック信号強度 $K = 0$ では、アトラクタ併合条件は満たされていない (図 3.20 左側参照)。しかし負のフィードバック信号 $Ku(z)$ を適用することにより ($K = -0.1$, 図 3.21 参照), f_{\max} 及び f_{\min} の絶対値は増加する。そして、図 3.20 右側に示すようにアトラクタ併合条件が満たされる。

カオス共鳴誘起時の信号応答性を評価するために、外部正弦波信号 $S(t) = A \sin 2\pi\Omega t$ を印加する。

$$z(t+1) = F(z(t)) + Ku(z(t)) + S(t). \quad (3.36)$$

3.3.1.3 外部入力信号応答性の評価尺度

信号応答性は、時系列信号 $z(t)$ を 2 値化した $Z(t)$ ($z(t) \geq 0$ の場合 $Z(t) = 1$, $z(t) < 0$ の場合 $Z(t) = -1$) と、外部入力信号 $S(t)$ の時系列の相関係数を用いて評価した。すなわち、符号変換した有効神経電位 $z(t)$ と $S(t)$ 間の同期を信号応答としてとらえた。信号応答性は、神経システムの挙動 $Z(t)$ と外部入力信号 $S(t)$ との相関係数を用いて評価した。

$$C(\tau) = \frac{C_{SZ}(\tau)}{\sqrt{C_{SS}C_{ZZ}}}, \quad (3.37)$$

$$C_{SZ}(\tau) = \langle (S(t+\tau) - \langle S \rangle)(Z(t) - \langle Z \rangle) \rangle, \quad (3.38)$$

$$C_{SS} = \langle (S(t) - \langle S \rangle)^2 \rangle, \quad (3.39)$$

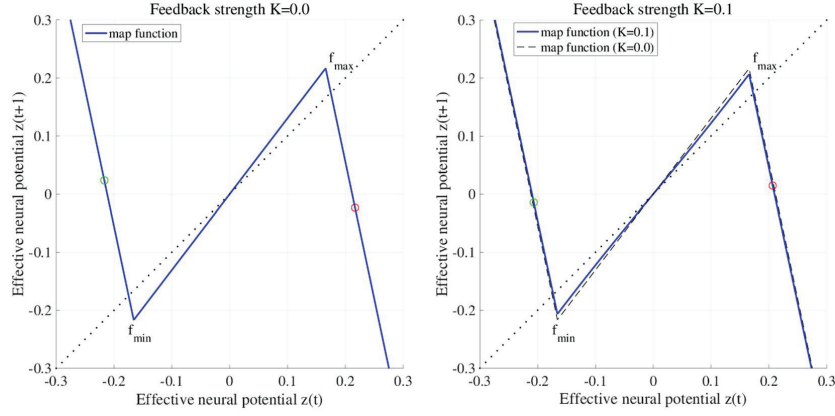


図 3.19 $A = 0.63$ において正の RRO フィードバック信号を印加したときの $F(z) + K(u(z))$ の写像関数. 左側はアトラクタ併合条件を満たす $K = 0$ の時の写像関数. 右側はアトラクタ併合条件を満たさない $K = 0.1$ の時の写像関数. 赤と緑の円は $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ と $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を表す. RRO フィードバック信号は f_{\max} 及び f_{\min} の絶対値を減少させることにより併合状態にあるアトラクタを分離している. [文献 [41] より引用]

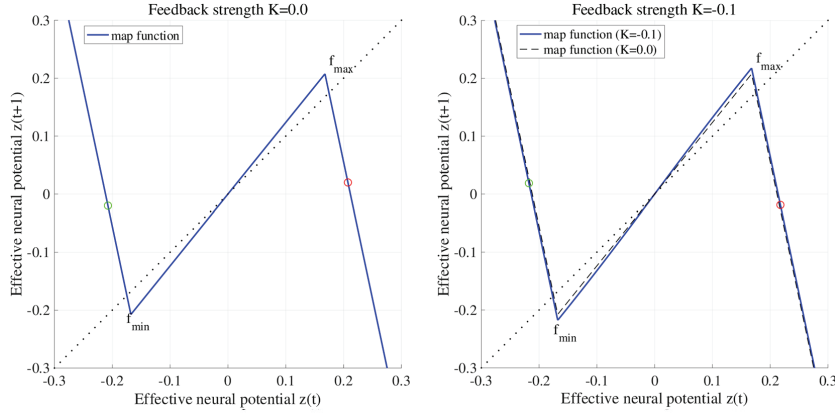


図 3.20 $A = 0.59$ において負の RRO フィードバック信号を印加したときの $F(z) + K(u(z))$ の写像関数. 左側はアトラクタ併合条件を満たさない $K = 0$ の時の写像関数. 右側はアトラクタ併合条件を満たす $K = -0.1$ の時の写像関数. RRO フィードバック信号は f_{\max} 及び f_{\min} の絶対値を増加させることによりアトラクタの併合制御が可能である. [文献 [41] より引用]

$$C_{ZZ} = \langle (Z(t) - \langle Z \rangle)^2 \rangle, \quad (3.40)$$

ここで, $\langle \cdot \rangle$ は, n 回の平均を表す.

またカオスの評価指標としての $z(t)$ の軌道不安定性は, 以下に示すリアプノフ指数により評価した.

$$\lambda = \frac{1}{\tau M} \sum_{k=1}^M \ln \left(\frac{d^k(t_l = \tau)}{d^k(t_l = 0)} \right). \quad (3.41)$$

ここで, $d^k(t_l = 0) = d_0$ ($k = 1, 2, \dots, M$) は, $t = t_0 + (k-1)\tau$ において設定された M 個の $z(t)$ の初期状態のゆらぎである. $t_l \in [0 : \tau]$ に対する時間発展は, $d^k(t_l = \tau) = (z(t) - z'(t))|_{t=t_0+k\tau}$ であり, さらに $z'(t)$ は, 軌道に適用された摂動を表す.

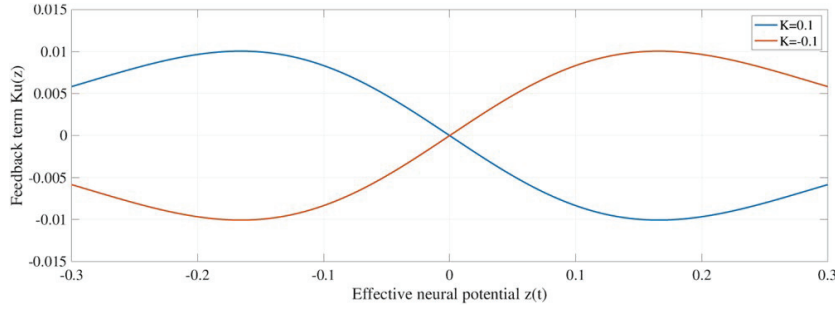


図 3.21 $K = 0.1$ 及び -0.1 におけるフィードバック信号 $K(u(z))$. 正のフィードバック信号 $K = 0.1$ に対して $K(u(z))$ の極大値と極小値は F の写像関数の極小値と極大値に位置している. 負のフィードバック信号 $K = -0.1$ に対してはその逆である. [文献 [41] より引用]

さらに, 外部 RRO フィードバック信号による CCI に対する周波数制御の効果を確認するために, CCI の発生確率 P_t を導入した.

$$P_t = \frac{f_{cc}}{T}, \quad (3.42)$$

ここで, T はスウィープ回数を, f_{cc} は CCI の頻度を表す.

3.3.2 結果

3.3.2.1 内部パラメータのチューニングによるアトラクタ併合の誘起

まず, 神経システム挙動の内部パラメータ a に対する依存性を調べた. 図 3.22 に, 内部パラメータ a に対する有効神経電位 $z(t)$ の分岐図, CCI の発生確率 P_t , リアプノフ指数 λ , 及び $F(f_{\max})$, $F(f_{\min})$ を示す. 分岐図では, 正と負 2 種類の初期値 $z(0)$ を設定した. $5.72 \lesssim a < 5.99$ において, 正と負の領域に分離されているカオスアトラクタ ($\lambda > 0$) は, $a \gtrsim 5.99$ の領域で, $F(f_{\max}) < 0$, $F(f_{\min}) > 0$ が満たされ併合される.

3.3.2.2 アトラクタの分離・併合制御

アトラクタの分離及び併合に対する RRO フィードバック信号の効果を検討するために, 図 3.23 上段に $a = 6.03$ のパラメータ設定に対し, RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) と, 正の RRO フィードバック信号を印加した場合 ($k = 0.1$) の $z(t)$ の写像関数とその軌道を示す. RRO フィードバック信号を印加しない場合, アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) < 0$, $F(f_{\min}) > 0$ が満たされ, $Z(t)$ は正と負の領域間を往来し CCI を呈する. RRO フィードバック信号を印加すると, 併合条件が崩れ併合していたアトラクタは分離する. そして, $z(t)$ は初期状態に応じて正または負いずれかの状態に閉じ込められる.

図 3.23 下段には $a = 5.96$ のパラメータ設定に対し, RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) と, 負の RRO フィードバック信号を印加した場合 ($k = -0.1$) の $z(t)$ の写像関数とその軌道を示す. RRO フィードバック信号を印加しない場合, アト

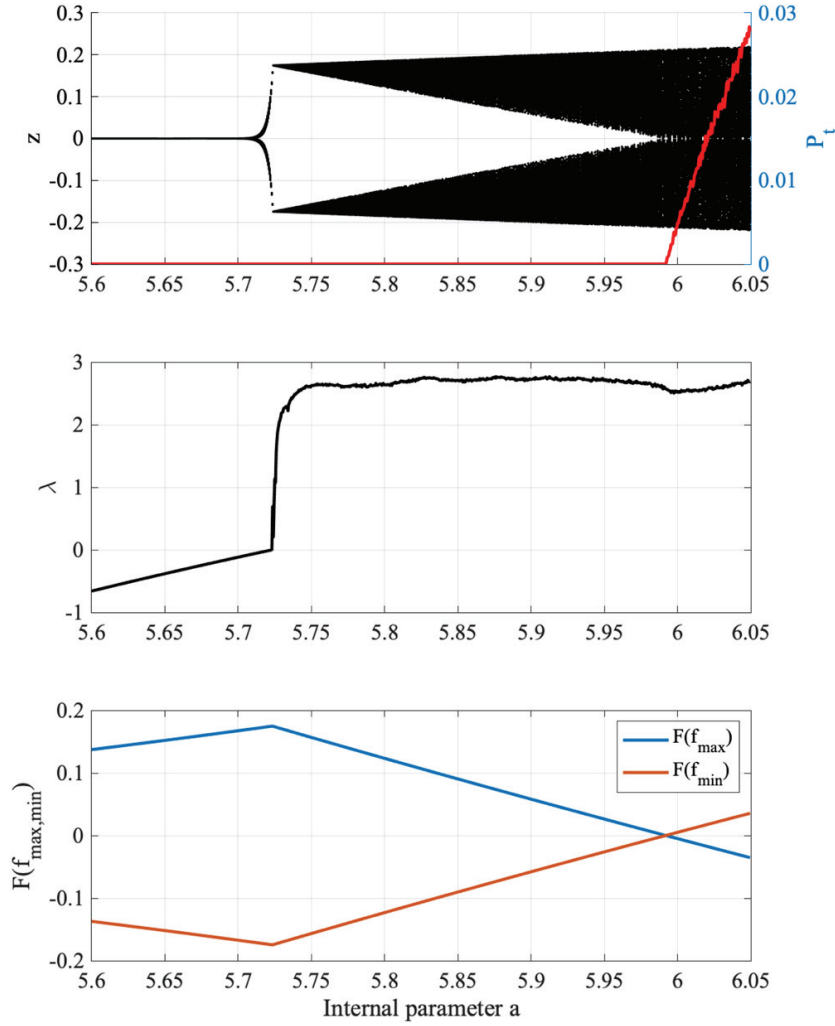


図 3.22 内部神経パラメータ a の変化に伴いカオスアトラクタの併合が起こる様子．有効神経電位 $z(t)$ (黒点) の内部パラメータ a に対する分岐図と CCI の発生確率 $P(t)$ (赤線)．初期値 $z(0)$ の値は正と負両方に設定している (上図)．リアプノフ指数 λ (中央図) と写像関数の極大値・極小値 $F(f_{\max, \min})$ (下図)．カオスアトラクタ ($\lambda > 0$) は $a > 5.99$ に対してアトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) < 0$ 及び $F(f_{\min}) > 0$ を満たし併合されている．3 つの図はすべて内部パラメータ a に対する依存性である．[文献 [41] より引用]

ラクタ併合条件 $F(f_{\max}) < 0$, $F(f_{\min}) > 0$ は満たされない．したがって, $z(t)$ は正または負いずれかの状態に閉じ込められる．負の RRO フィードバック信号を印加した場合 ($k = -0.1$), アトラクタ併合条件が満たされ $z(t)$ は CCI を呈する．

$z(t)$ の挙動の正の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性をより詳細に評価するために, 図 3.24 に, $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対する $z(t)$ の分岐図, CCI の発生確率 P_t , リアプノフ指数 λ , $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を信号強度 K の関数として示す．この結果から, 併合状態にあったカオスアトラクタ ($\lambda > 0$) は, $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対し, それぞれ $K \gtrsim 0.045, 0.062, 0.078$ で, $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) > 0$, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) < 0$ となりアトラクタ併合条件が崩れ分離する．CCI が生じる領域に

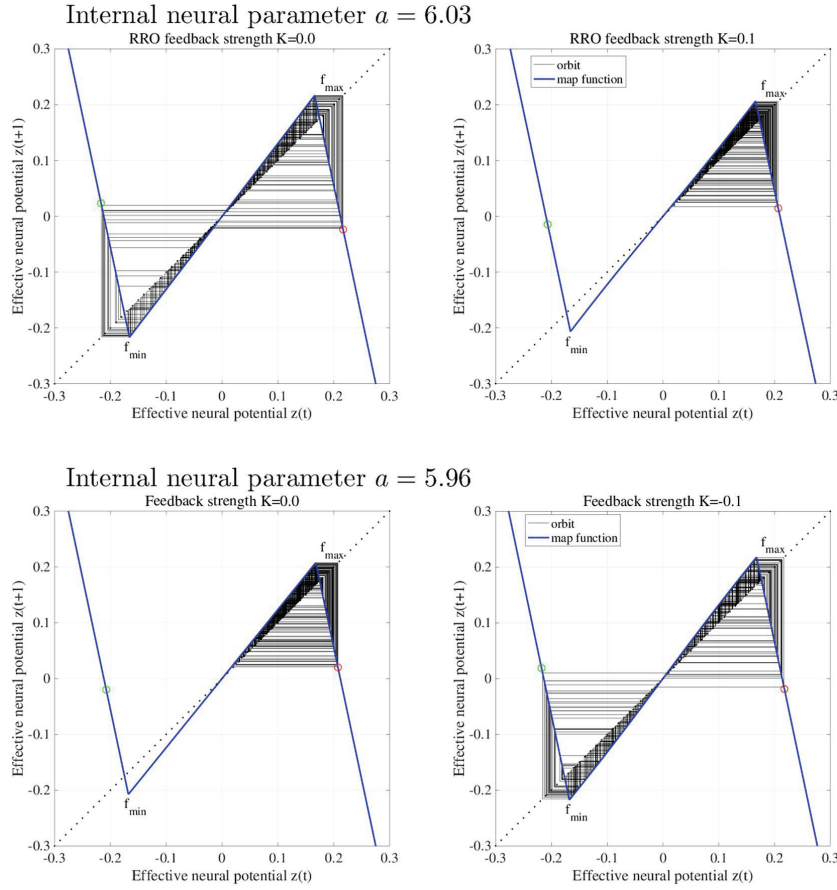


図 3.23 併合状態にあるアトラクタの分離（上図）と分離されたアトラクタの併合（下図）に対する RRO フィードバック信号の影響。 $a = 6.03$ 及び $a = 5.96$ それぞれに対する RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) と、印加した場合 ($K = 0.1, -0.1$) の神経システムにおける $z(t)$ の写像関数（青実線）と、その軌道（黒実線）。赤と緑の円はそれぞれ $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ と $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を表す。 $f_{\max}(f_{\min})$ は写像関数の極大値（極小値）を表す。 f_{\max} 及び f_{\min} の絶対値を減少・増加させることにより、アトラクタの分離・併合への影響がそれぞれ生起している。 [文献 [41] より引用]

において、 P_t は K の増加とともに小さくなる。すなわち、CCI の頻度は K の増加とともに減少する。

$z(t)$ の挙動の負の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性をより詳細に評価するために、図 3.25 に、 $a = 5.95, 5.96, 5.97$ に対する $z(t)$ の分岐図、CCI の発生確率 P_t 、リアプノフ指数 λ 、 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を、信号強度 K の関数として示す。分離していたカオスアトラクタは、アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ 、 $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ 及び $P_t > 0$ を、 $a = 5.95, 5.96, 5.97$ に対し、それぞれ $K \lesssim -0.068, -0.051, -0.035$ で満たし、併合される。内部パラメータ a がアトラクタ併合分岐点 $a \approx 5.99$ に対し小さくなるほど、アトラクタ併合に要する負の RRO フィードバック信号強度 K の絶対値を大きくする必要がある。

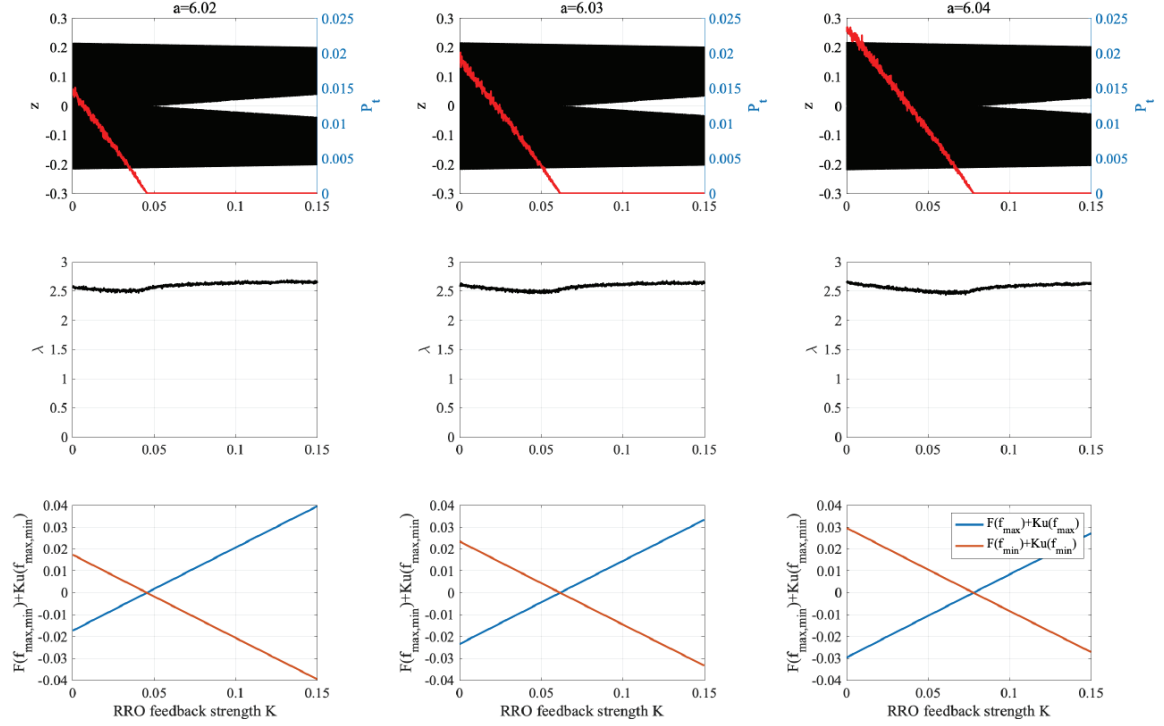


図 3.24 RRO フィードバック信号強度 K に対する神経システムの挙動。RRO フィードバック信号を適用した場合の $z(t)$ (黒点) の分岐図と CCI の発生確率 P_t (赤線) を示す (上段)。正と負 2 種類の初期値 $z(0)$ が設定されている。リアプノフ指数 λ を中央に、 $F(f_{\max}) + K(u(f_{\max}))$ と $F(f_{\min}) + K(u(f_{\min}))$ を下段に示す。全ての図はフィードバック信号強度 K に対してプロットされている。カオスアトラクタ ($\lambda > 0$) は、 $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対してそれぞれ $K \gtrsim 0.045, 0.062, 0.078$ で、アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) + K(u(f_{\max})) < 0$ と $F(f_{\min}) + K(u(f_{\min})) > 0$ が崩れ、分離している。図 3.22 に示すアトラクタ併合点 $a \approx 5.99$ に対し内部パラメータ a の値が増加するほど大きいフィードバック信号強度 K でアトラクタが分離する。[文献 [40] より引用]

3.3.2.3 カオス共鳴による外部入力信号応答性の制御

最初に、振幅 $A = 0.02$ 、各周波数 $\omega = 10^{-3}$ の外部入力正弦波信号に対する $z(t)$ の信号応答性を評価する。図 3.26 に、外部入力正弦波信号 $S(t)$ と 2 値化した神経電位 $z(t)$ との相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性、及び $z(t)$ の典型的な時系列変化を示す。相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は、アトラクタ併合点付近 ($F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) = 0$, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) = 0$) において、局所最大値を示している。これは、RRO フィードバック信号によってカオス共鳴が誘起されたことを示している。

カオス共鳴は、外部入力信号の微弱な振幅の領域で誘起され、周波数に対する信号応答性を有することが知られている。ここでは、外部入力信号のこれらのパラメータに対する信号応答依存性について確認する。図 3.27 に、 $a = 6.02, 6.03, 6.04$ における外部入力信号 $S(t)(\omega = 10^{-3})$ と 2 値化した神経電位 $z(t)$ との相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の外部入力

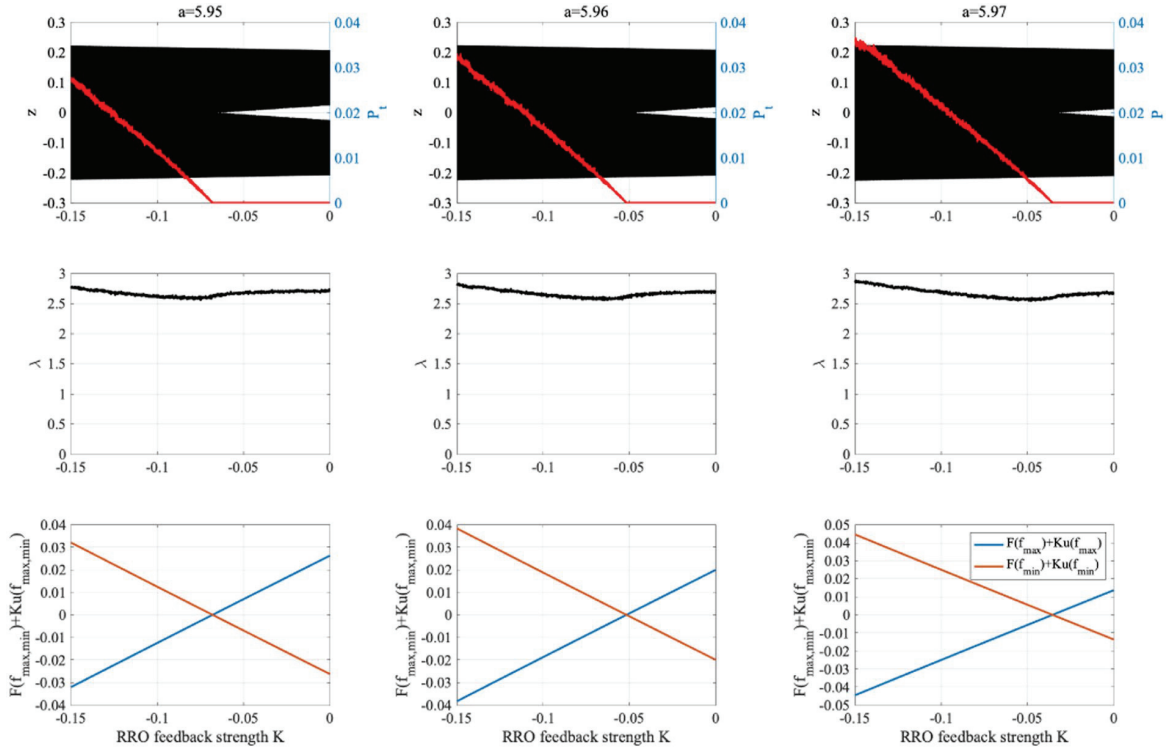


図 3.25 RRO フィードバック信号強度 K に対する神経システムの挙動。RRO フィードバック信号を適用した場合の $z(t)$ (黒点) の分岐図と CCI の発生確率 P_t (赤線) を示す (上段)。正と負 2 種類の初期値 $z(0)$ が設定されている。リアプノフ指数 λ を中央に、 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ と $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を下段に示す。全ての図はフィードバック信号強度 K に対してプロットされている。カオスアトラクタ ($\lambda > 0$) は、 $a = 5.95, 5.96, 5.97$ に対してそれぞれ $K \lesssim -0.068, -0.51, -0.035$ で、アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) + K(u(f_{\max})) < 0$ と $F(f_{\min}) + K(u(f_{\min})) > 0$ が満たされて、併合されている。図 3.22 に示すアトラクタ併合点 $a \approx 5.99$ に対し内部パラメータ a の値が減少するほど負のフィードバック信号強度 K の絶対値を大きくする必要がある。[文献 [41] より引用]

信号振幅 A に対する依存性を示す。ここで信号強度 K は、図 3.26 において、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ がピークを示す値、すなわち $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対しそれぞれ $K = 0.05, 0.07, 0.09$ に設定した。結果より、これらのすべての a 値に対し、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ は信号振幅に対し局所最大値を呈している。図 3.28 は、信号振幅 $A = 0.02$ の設定に対する相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の信号周波数 ω 依存性を評価した結果である。結果から、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は、 $\omega \approx 3.0 \times 10^{-4}$ でピーク値を示すことが示された。よって、この周波数が本ニューラルシステムにおける共振周波数と考えられる。

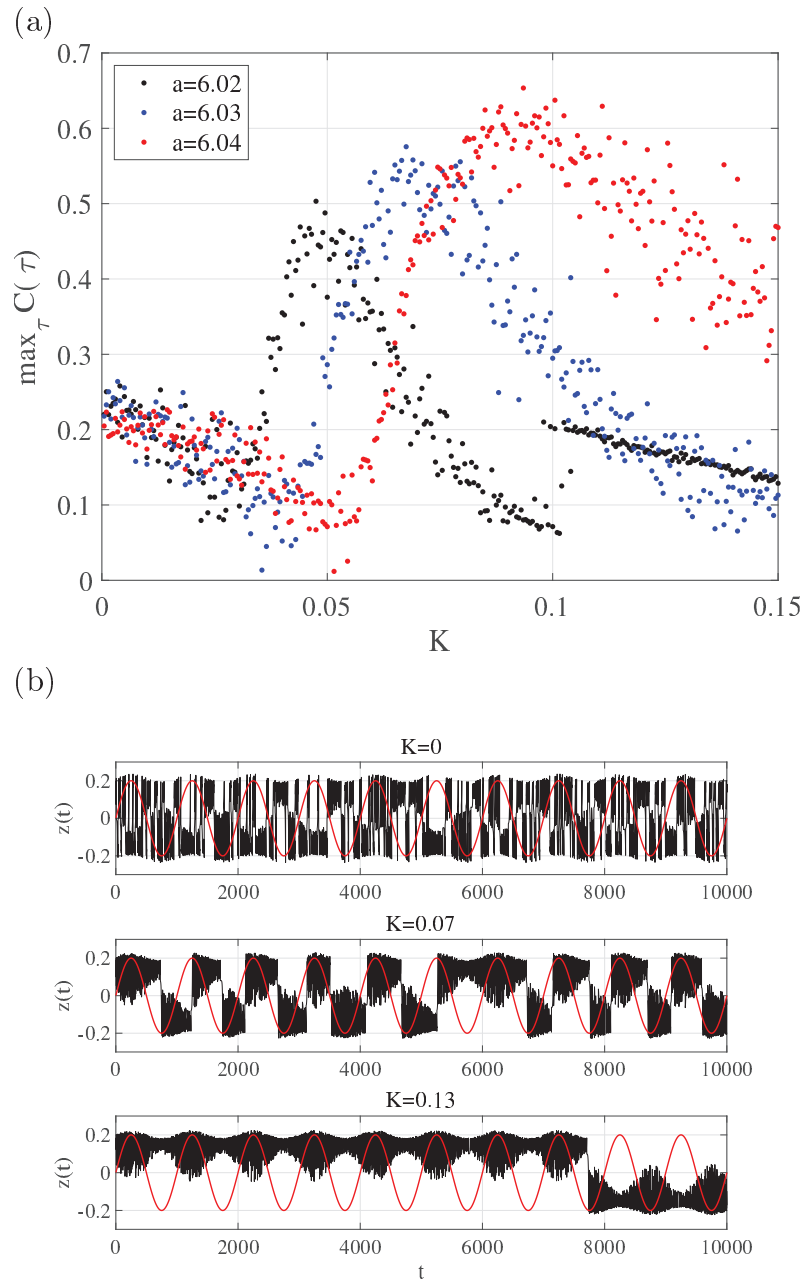


図 3.26 RRO フィードバック信号強度 K に対する信号応答依存性. (a) 外部入力信号 $S(t)$ と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性. (b) $a = 6.03$ に設定した場合の, $K = 0$ (上段), $K = 0.07$ (中断), $K = 0.13$ (下段) に対する $z(t)$ の時系列変化. 黒線は $z(t)$, 赤線は $S(t)$ の時系列変化を表す. 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ は, 図 3.22 のアトラクタ併合点付近で最大値を示す. [文献 [40] より引用]

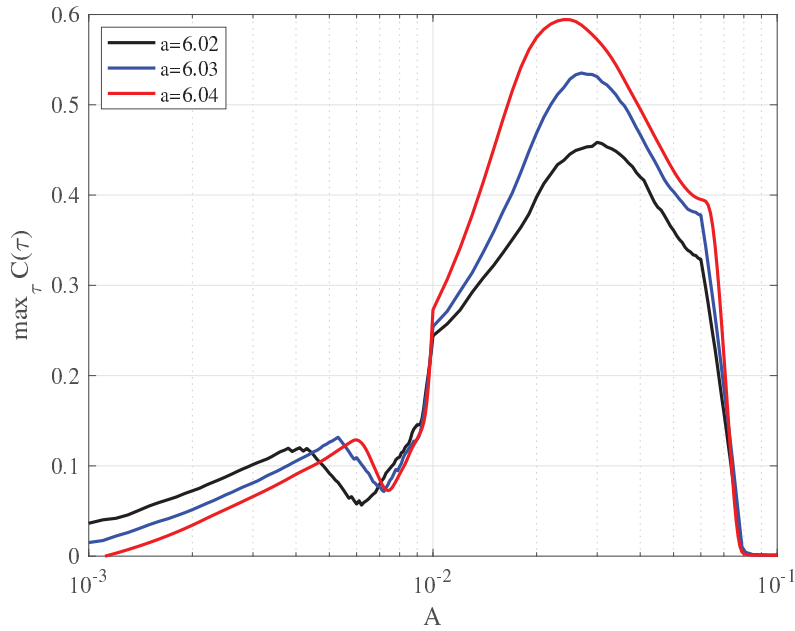


図 3.27 $a = 6.02, 6.03, 6.04$ における外部入力信号 $S(t)$ ($\omega = 10^{-3}$) と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の外部入力信号振幅 A 依存性. K は $\max_{\tau} C(\tau)$ が図 3.26 でピークを示す値, すなわち, $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対してそれぞれ $K = 0.05, 0.07, 0.09$ に設定している. 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は信号の振幅に対し極大値を示す. [文献 [40] より引用]

3.3.2.4 負のフィードバック信号によるカオス共鳴制御

まず, カオス共鳴下における外部入力正弦波信号に対する信号応答性の RRO フィードバック信号強度依存性を評価した. 図 3.29 に, RRO フィードバック信号強度 K , $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ に対する外部入力正弦波信号 $S(t)$ と 2 値化した神経電位 $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ を示す. 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ は, アトラクタ併合点付近のフィードバック信号強度でピーク値を示している. システム挙動を詳細に観察するために, 図 3.30 に内部パラメータ $a = 5.96$ における $z(t)$ の時系列信号を示す. RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$), 外部入力信号 $S(t)$ のピーク付近でアトラクタの切替が起こっている. しかしながら, アトラクタの切替は 1 回だけで持続しない. フィードバック信号強度が大きくなると ($K = -0.035$), 切替頻度が増加する. しかし同様にアトラクタの切り替えは持続しない. 一方, 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ がピーク値を示す適度なフィードバック信号強度 K ($K = -0.075$) で, 外部入力信号 $S(t)$ と同じ周期でアトラクタの切替が起こり, CCI が外部入力信号に同期する. 負のフィードバック信号の強度をより大きくした場合 ($K = -0.15$), CCI の周波数が非常に高いため外部入力信号 $S(t)$ との同期を確認することができない.

次に, カオス共鳴下における信号応答性の感度を評価する. 図 3.31 に, カオス共鳴下

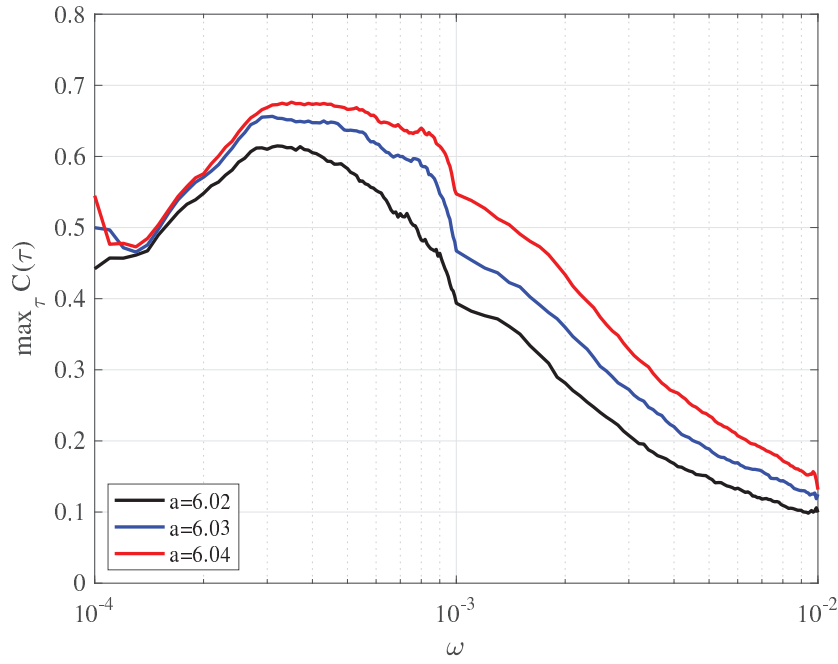


図 3.28 $a = 6.02, 6.03, 6.04$ における信号応答性 ($\max_{\tau} C(\tau)$) の外部入力信号周波数 ω 依存性. K は $\max_{\tau} C(\tau)$ が図 3.26 でピークを示す値, すなわち, $a = 6.02, 6.03, 6.04$ に対してそれぞれ $K = 0.05, 0.07, 0.09$ に設定している. $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は $\omega \approx 3.0 \times 10^{-4}$ でピークを示す. これは本システム ($A = 0.02$) における共鳴周波数を表す. [文献 [40] より引用]

における RRO フィードバック信号強度 K 及び外部入力信号の振幅 A に対する, 外部入力波正弦波信号 $S(t)$ と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ を示す. 外部入力正弦波信号 $S(t)$ を印加しない状態でアトラクタ併合が起こる, 信号強度 $K \approx -0.068 (a = 5.95)$, $-0.051 (a = 5.96)$, $-0.035 (a = 5.97)$ に対し, 振幅領域 $2.0 \times 10^{-3} \lesssim A \lesssim 6.0 \times 10^{-2}$ において, 高い相関 ($\max_{\tau} C(\tau) \gtrsim 0.3$) があらゆる a の値に対して得られている. すなわちカオス共鳴が起こっている.

外部入力正弦信号の振幅と信号応答周波数の関係を調べるために, 図 3.32 に, K と a の値の組合わせにおける外部入力信号 $S(t)$ の振幅と周波数に対する相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ を示す. ここで K は, 図 3.29 において相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ のピークに対応する値である. $\max_{\tau} C(\tau) \gtrsim 0.3$ の高い値が, $2.0 \times 10^{-5} \lesssim \Omega \lesssim 1.0 \times 10^{-3}$ 及び $2.0 \times 10^{-3} \lesssim A \lesssim 6.0 \times 10^{-2}$ の領域で得られている.

3.3.3 考察及び結論

3.3 節では, 興奮性と抑制性のニューロンで構成される神経システムである Sinha モデルに RRO 法を適用し, 興奮性と抑制性のニューロンの有効神経電位の軌道に対し, アトラクタ併合制御を行った. そして, RRO フィードバック信号を適切な強度に調節することにより, 微弱な外部周期信号に対する応答性の最大化の実現が確認された. この信号応答性は, 特性として共鳴周波数を有していた. この結果は, 簡単な cubic 写像におけるア

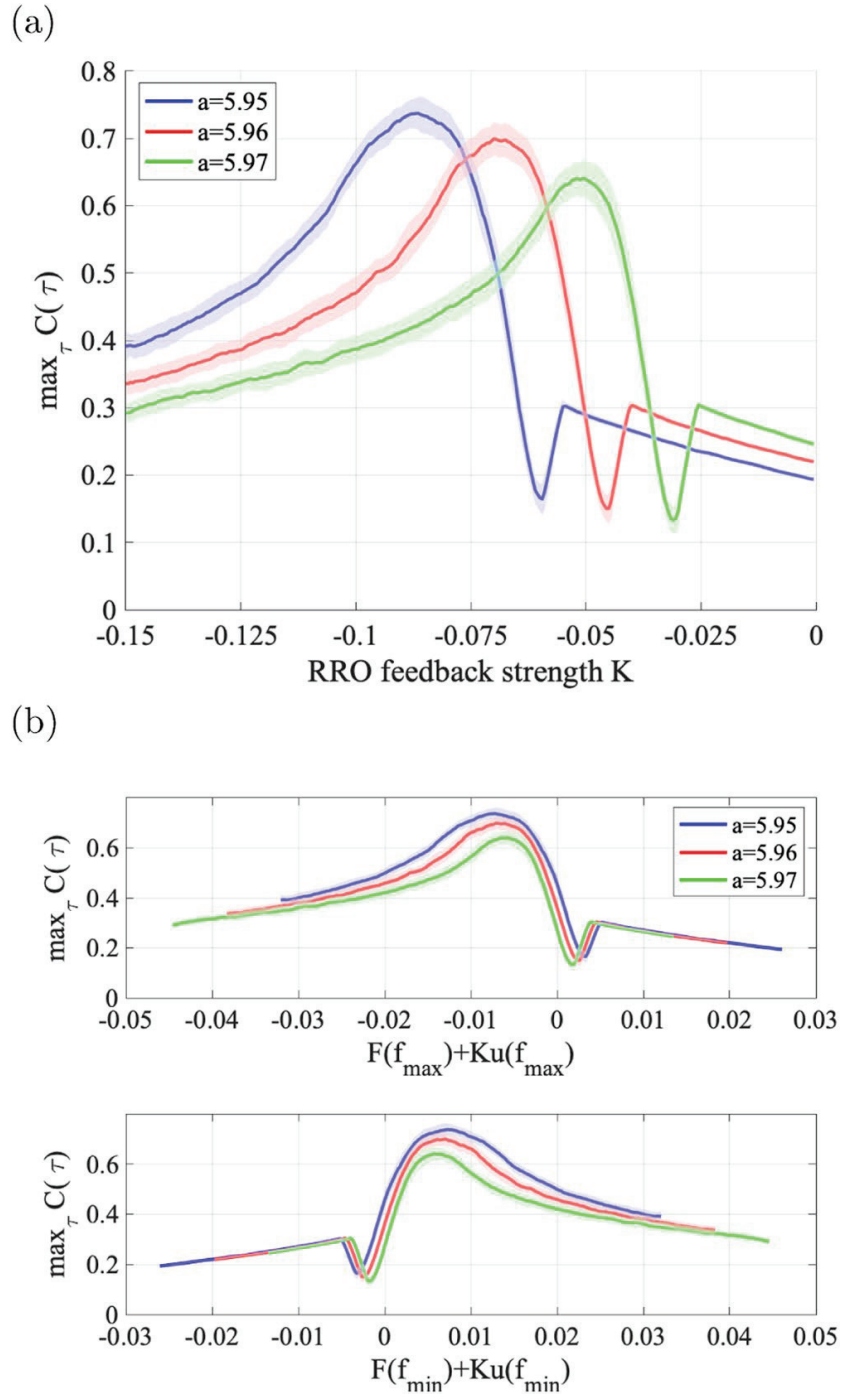


図 3.29 カオス共鳴下における RRO フィードバック信号強度 K に対する信号応答性. (a) 外部入力信号 $S(t)$ と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性. (b) $-0.15 \leq K \leq 0.0$ における相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ (図 3.29(a) の値に対応) の $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ (図 3.25 の値に対応) に対する依存性. 実線と影を付けた部分は 10 回取得した $\max_{\tau} C(\tau)$ の平均値と標準偏差. すべての a の値に対して, $\max_{\tau} C(\tau)$ はアトラクタ併合が起こる RRO フィードバック強度とわずかに異なる設定値でピーク値を示している (すなわちカオス共鳴が起こっている). [文献 [41] より引用]

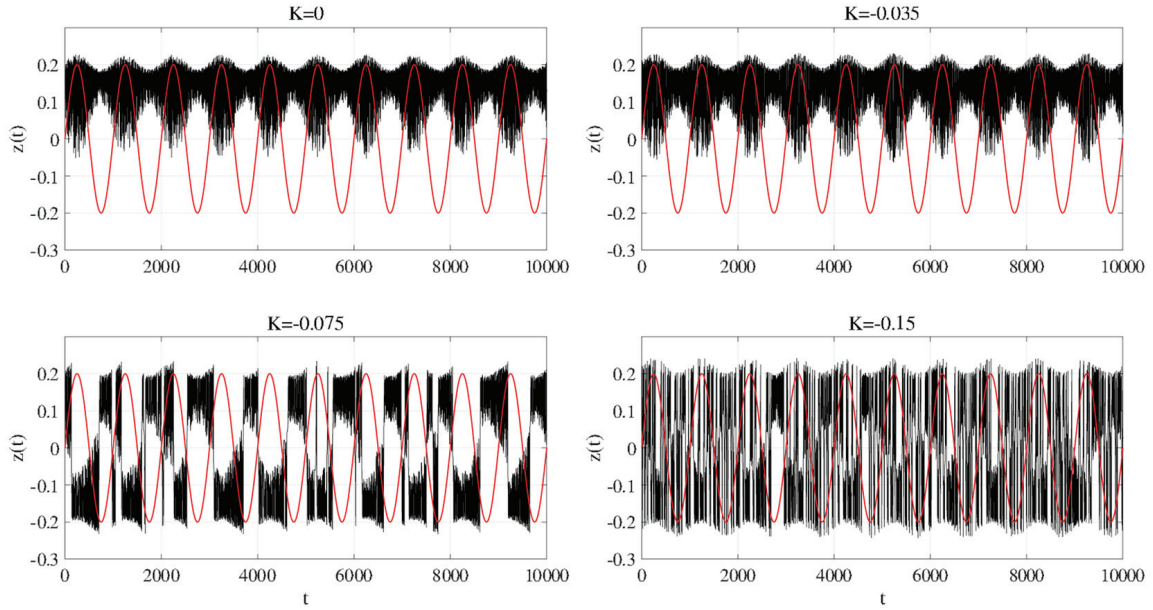


図 3.30 内部神経パラメータ $a = 5.96$ (図 3.29 と対応) に対するシステム挙動 $z(t)$ (黒線) と外部入力正弦波信号 $S(t)$ (赤線) の時系列. RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) 及び微弱な RRO フィードバック信号強度 ($K = -0.035$) を印加した場合, 外部入力信号 $S(t)$ のピーク付近でアトラクタの切替が起こっている. しかしながら, アトラクタの切替は 1 回だけで持続しない. 一方, 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ のピークに対応する適切なフィードバック信号強度 ($K = -0.075$) で, アトラクタは $S(t)$ の周期に対応して切替り, CCI が外部入力信号と同期する. より大きな負の信号強度 ($K = -0.15$) でも, 非常に高い周波数の CCI と外部入力信号 $S(t)$ との同期は確認できない. [文献 [41] より引用]

トラクタ併合とカオス共鳴の制御に関する 3.1 節と 3.2 節の研究成果と整合するものである.

結論として本節では, 神経システムにおいて, カオス共鳴は RRO 法に基づくフィードバック信号によって誘起されることを示した. 本研究の成果は, 内部パラメータを外部から調整できない一般的な神経システムにおける, カオス共鳴のメカニズムを適用した信号応答性強化デバイス開発の糸口を示せたことである.

次に, 異なる領域に分離したアトラクタ下でのカオス共鳴制御を行うために, 負の RRO フィードバック信号の適用を検討した. 負のフィードバック信号は, 興奮性と抑制性のニューロンで構成される離散時間ニューラルシステムに適用した. その結果, 負の RRO フィードバック信号により分離したアトラクタの併合が可能であり, カオス共鳴を誘起することが確認された. RRO フィードバック信号により誘起されるカオス共鳴の特徴については, アトラクタ併合点付近の信号強度で, 信号応答性の指標である有効神経電位と外部入力信号間の相関がピークを示す. この信号応答性は, 適度な外部入力信号振幅と周波数で最大となる. これらの特徴は, 正のフィードバック信号によって誘起されるカオス共鳴と同様であり, 他のシステムにおけるカオス共鳴の特徴との整合性が維持されている.

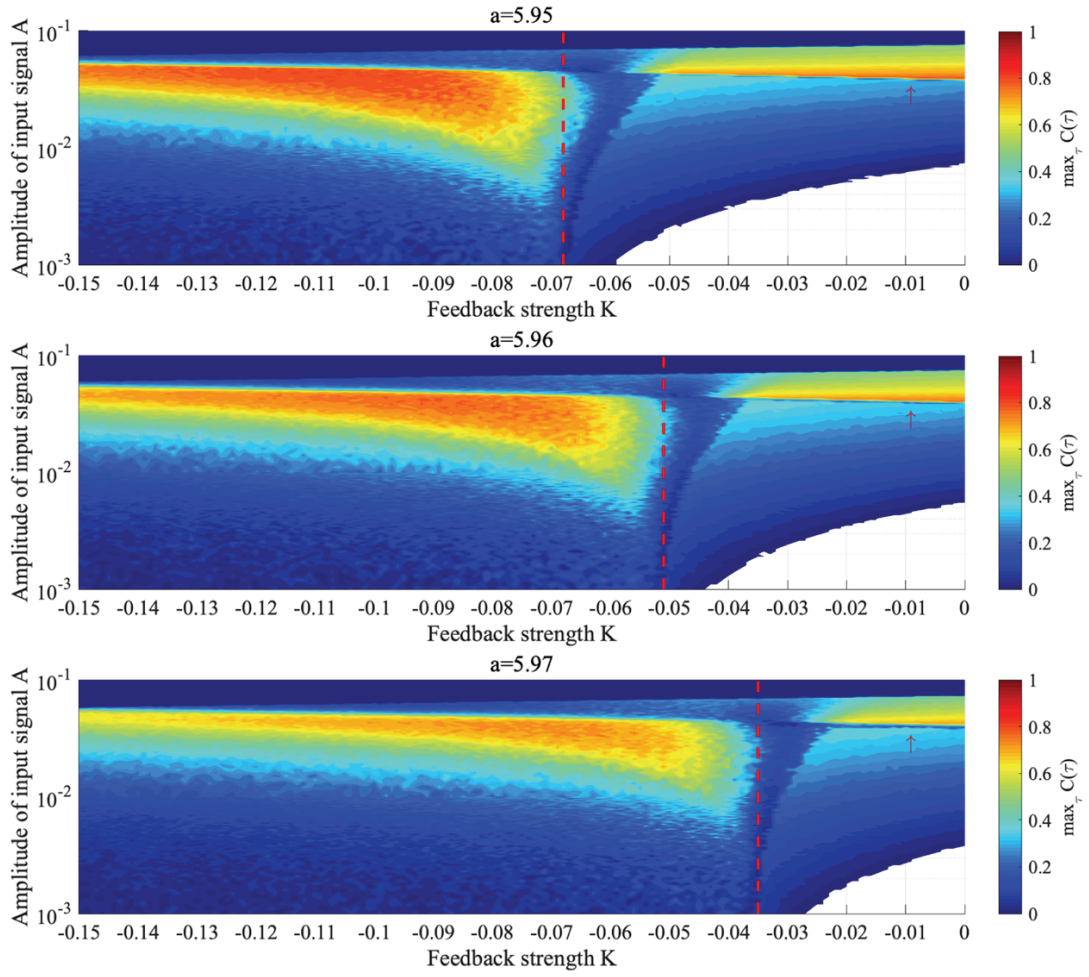


図 3.31 カオス共鳴下における外部入力信号 $S(t)$ と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 及び外部入力信号振幅 A 依存性. 白い部分は $z(t)$ の挙動が CCI を呈さない領域を表す. 赤い矢印はフィードバック信号を加えなくても同期が起こる領域を表す. 赤い破線で示す境界よりも小さい K の領域では, 外部入力信号 $S(t)$ を印加しなくてもアトラクタが併合している. アトラクタ併合が起こる小さい K 値及び $2.0 \times 10^{-3} \lesssim A \lesssim 6.0 \times 10^{-2}$ の領域では, カオス共鳴は, 内部神経パラメータ a のあらゆる値に対して誘起される. 赤い破線で示される K 値付近では, カオス共鳴の感度が高くなる. その結果, カオス共鳴による信号応答性は適切な外部入力信号の振幅に対して最大となる. [文献 [41] より引用]

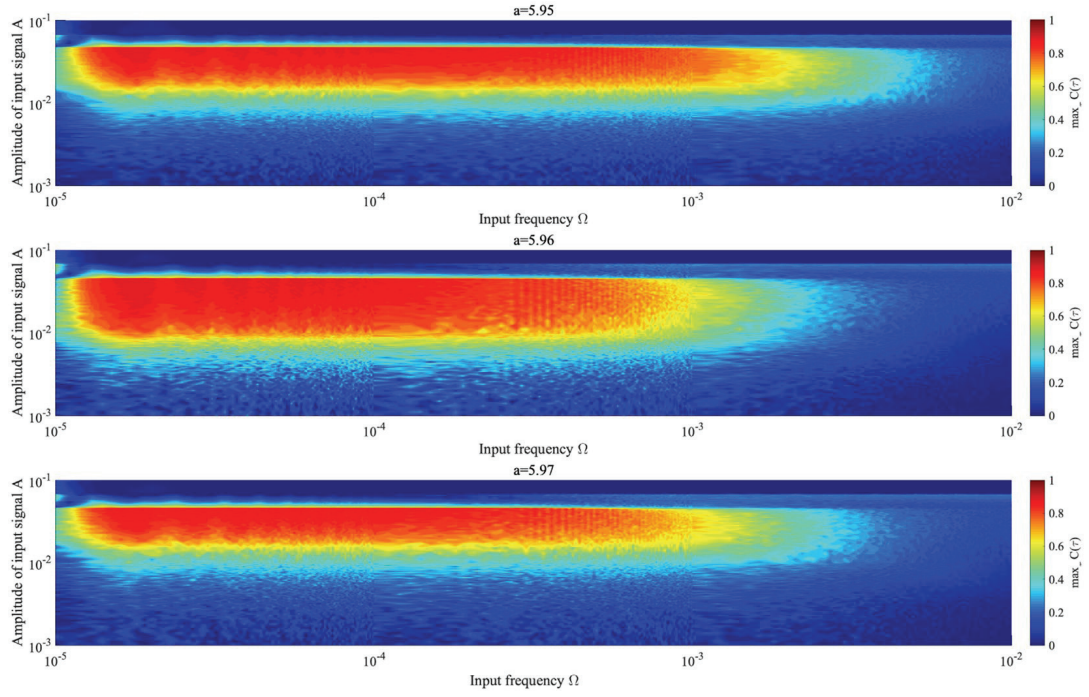


図 3.32 カオス共鳴下における外部入力信号 $S(t)$ と 2 値化した $z(t)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の信号周波数 Ω 依存性. $K = -0.09, -0.06, -0.05$ は, 図 3.29 において, それぞれ $a = 5.95, 5.96, 5.97$ に対し, $\max_{\tau} C(\tau)$ のピーク値が得られる K の値に対応している. 相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ は, $2.0 \times 10^{-5} \lesssim \Omega \lesssim 1.0 \times 10^{-3}$ の領域で, 微弱な外部入力信号に対しては $2.0 \times 10^{-3} \lesssim A \lesssim 6.0 \times 10^{-2}$ の領域で, すべての a に対して高い値を示している. すなわちカオス共鳴における信号応答性は, 適切な外部入力信号の周波数で最大となる. [文献 [41] より引用]

第4章 連続時間カオスシステムの軌道領域減少 (RRO) 法による制御

RRO 法は、カオスを除去することなく、フィードバック信号により CCI の周波数とアトラクタ併合を制御することにより、内部システムパラメータの調節なしでカオス状態をカオス共鳴に適した状態に遷移させる方法である。前章までにおいて、RRO 法を離散時間カオスシステムに適用し、その有用性を示してきた。しかしながら RRO 法の実用性を考慮すると、連続的なカオスシステムへの適用を検討する必要がある。そこで本章では、CCI を呈する連続時間カオスシステムである chua 回路に対し、ポアンカレ断面上でのシステム挙動に着目して RRO 法を適用し、カオス共鳴による CCI の制御について検討を行う。

4.1 モデルと方法

4.1.1 RRO フィードバック信号と外部入力信号を印加した Chua 回路

本項では、RRO 法の連続時間カオスシステムへの拡張について述べる。Chua 回路は、ダブルスクロール型のアトラクタを有しており [57]、以下の微分方程式で記述される。

$$\dot{x} = \alpha(y - x) - \alpha f(x), \quad (4.1)$$

$$\dot{y} = x - y + z, \quad (4.2)$$

$$\dot{z} = -\beta y - \gamma z. \quad (4.3)$$

ここで、関数 f は Chua 回路におけるダイオードの非線形特性を与える関数であり、(4.4) 式で表される。

$$f(x) = m_1 x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|) \quad (4.4)$$

本研究では、各パラメータを、 $\beta = 12.0732$ 、 $\gamma = 0.0052$ 、 $m_0 = -0.1768$ 、 $m_1 = -1.1468$ に設定する。この設定下でのシステムのカオスアトラクタは2つの分離された領域間で、CCI を呈する [84]。

図 4.1(a) は、我々が提案する連続カオスシステムに適用される RRO フィードバック制御法の概要である。ポアンカレ断面 P 内を通過する z の値である点列 z_i のポアンカレ写像は、次の式によって表される。

$$z_{i+1} = F_K(z_i) \quad (4.5)$$

ポアンカレ断面 P を横切る i 番目 ($i = 1, 2, \dots$) の軌道に対する RRO 法フィードバック信号は、強度 K を有する関数 $u(z_i)$ によって決定される (図 4.1 (b) を参照)。参考文献 [38, 39] 及び 3 章では、カオス-カオス間欠性を示す併合状態にあるアトラクタは cubic

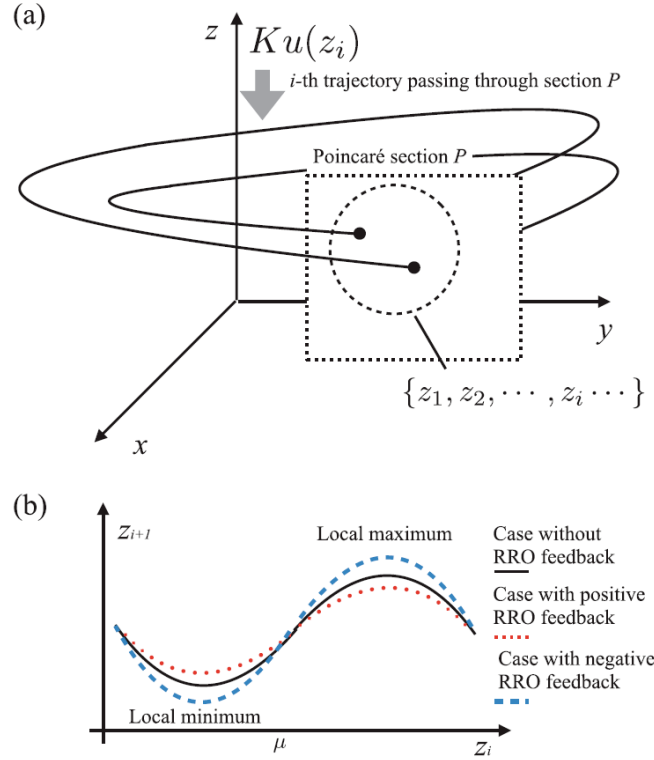


図 4.1 連続カオスシステムに適用される RRO フィードバック制御の概要. (a) カオスシステムの軌道と RRO フィードバック信号. (b) ポアンカレ断面 P におけるポアンカレ写像関数 $F_K(z_i)$. [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 2]

写像構造を有し、写像関数の極大値と極小値の絶対値を減少させることにより、アトラクタが分離することを示した (反対に、この極大値と極小値の絶対値を増加させることでアトラクタを併合することができる). したがって、本研究ではポアンカレ写像関数 $F_K(z_i)$ の極大値と極小値の絶対値を調整するための RRO 法フィードバック関数 u を設計し適用する. 具体的には、(4.3) 式にフィードバック項 Ku を加え (4.6) 式のように表す.

$$\dot{z} = -\beta y - \gamma z + Ku(z_i) \quad (4.6)$$

ここで、 z_i はポアンカレ断面 $P = \{(x, y, z) | z = 0, y < 0\}$ を横切る z の i 番目の値を示す [17]. この RRO 法フィードバック信号 $Ku(z_i)$ は、ポアンカレ断面からポアンカレ断面への 1 サイクルの間一定となる. これらの信号は、 $Ku(z_i)$ の符号方向に応じた z_i のダイナミクス、すなわちフィードバック項の正 ($Ku(z_i) > 0$) と負 ($Ku(z_i) < 0$) の値にバイアスされ、それぞれ z_{i+1} の値の増加と減少を引き起こす. 本研究では、[38, 39] で使用された RRO 法フィードバック関数と同様に、ガウス RRO 法フィードバック関数 u を次の式のように与える.

$$u(X) = -(X - \mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(X - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.7)$$

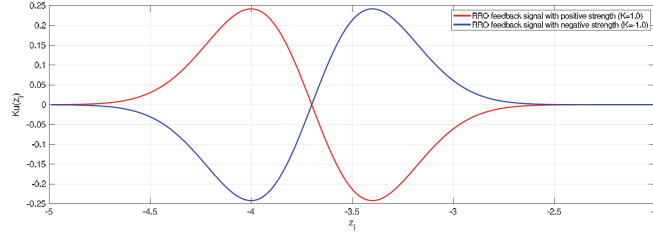


図 4.2 (4.7) 式で与えられる RRO フィードバック信号の概略 $((\mu, \sigma) = (-3.7, 0.3))$.
[Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 3]

ここで、アトラクタ z_i を分離する中心値 μ 、及び RRO フィードバック信号の影響範囲を設定するパラメータ σ は、 $(\mu, \sigma) = (-3.7, 0.3)$ のように設定する (図 4.2 を参照).

外部入力信号との同期を評価するために、 \dot{z} に外部入力正弦波信号 $S(t)$ を次のように適用する.

$$\dot{z} = -\beta y - \gamma z + Ku(z_i) + S(t) \quad (4.8)$$

ここで、 $S(t)$ は、 $S(t) = A_s \sin(2\pi f_s t)$ で与えられる.

4.1.2 評価尺度

3 章及び参考文献 [38, 39] で述べた離散 cubic 写像におけるアトラクタ併合条件にしたがって、RRO フィードバック信号の効果を評価するために、以下に示すアトラクタ併合条件を導入する.

$$F_K(f_{\max}) - \mu < 0, \quad (4.9)$$

$$F_K(f_{\min}) - \mu > 0. \quad (4.10)$$

ここで、 f_{\max} 、 f_{\min} はそれぞれ関数 $F_K(z_i)$ の極大値と極小値を示す. この条件が満たされない場合、アトラクタは分離される.

アトラクタ併合状態において、 z_i の軌道は、 $z_i \leq \mu$ 及び $z_i > \mu$ の領域を行き来する. これが z_i の CCI である. z_i の CCI と微弱外部入力正弦波信号との同期を評価するために、周期 $T_s = 1/f_s$ 周りでの CCI の切替り間隔の分布強度を導入する [85].

$$P_1 = \int_{0.75T_s}^{1.25T_s} P(T_{cci}) dT_{cci} \quad (4.11)$$

ここで、 $P(T_{cci})$ は z_i の CCI の切替り間隔の確率分布を示す. すなわち、 $T_{cci} = t_{k+1} - t_k$ ($k = 1, 2, \dots$) である (t_k は CCI の発生時刻).

4.2 結果

4.2.1 Chua 回路における内部パラメータ α のチューニングによるアトラクタ制御

図 4.3 に、RRO フィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) の z_i の分岐図を、内部システムパラメータ α の関数として示す. α の増加とともに周期倍分岐が起こ

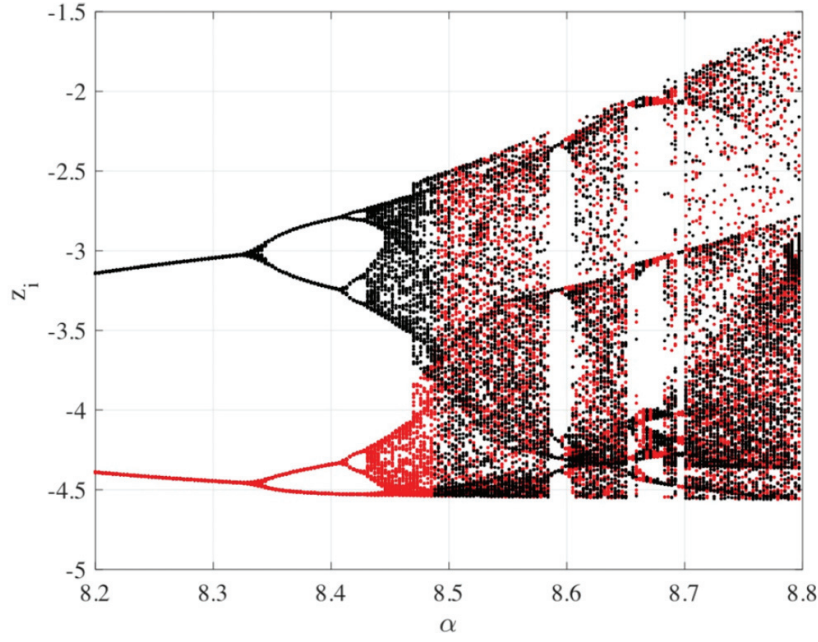


図 4.3 RRO フィードバック信号を印加しない場合の Chua 回路のシステム挙動．内部システムパラメータ α の関数として描画されたポアンカレ写像関数 z_i の分岐図．異なる初期状態： $(x(0), y(0), z(0)) = (-6.0489, 0.0839, 8.7739)$ （黒い点で表示）， $(6.0489, -0.0839, -8.7739)$ （赤い点で表示）に対応する 2 種類の z_i を表示． α の増加に伴い分離状態にあったアトラクタは併合されている．（ $\beta = 12.0732, \gamma = 0.0052, m_0 = -0.1768, m_1 = -1.1468, K = 0$ ）．[Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 4]

り， $\alpha \gtrsim 8.42$ でカオス状態になる． $8.42 \lesssim \alpha \lesssim 8.48$ において， z_i は初期状態に応じて $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -3.7$ または $-3.7 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ のいずれかの領域に閉じ込められる．しかしながら $\alpha \gtrsim 8.48$ では， z_i はこれらの領域を振動し，CCI が現れる．

4.2.2 Chua 回路における RRO フィードバック信号によるアトラクタの併合・分離制御

内部システムパラメータ $\alpha = 8.52$ に対し，RRO フィードバック信号を印加しない（ $K = 0$ ）場合，システム状態は CCI を呈する．ここで RRO フィードバック信号 $Ku(z_i)$ を印加する，図 4.4 に RRO フィードバック信号強度 K の関数としてプロットした z_i の分岐図を示す． $K = 0, 0.1, 0.3$ における (x, y, z) , $z(t)$, z_i の典型定な時系列変化の例を図 4.5 に示す． $0 \lesssim K \lesssim 0.21$ において， z_i は $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -3.7$ と $-3.7 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ の範囲で CCI を呈している（図 4.5(c) の左及び中央部の典型的な z_i の例を参照）．しかしながら， K が増加し $K \approx 0.21$ を超えると， z_i は初期状態に応じて $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -3.7$ または $-3.7 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ のいずれかの領域に束縛される（図 4.5(c) の右の典型的な z_i の例を参照）．

次に負の RRO フィードバック信号を，RRO フィードバック信号を与えない状態（ $K = 0$ ）でアトラクタ分離状態にある $\alpha = 8.46$ のパラメータ設定に対する Chua 回路に印加した．図 4.6 に RRO フィードバック信号強度 K の関数としてプロットした

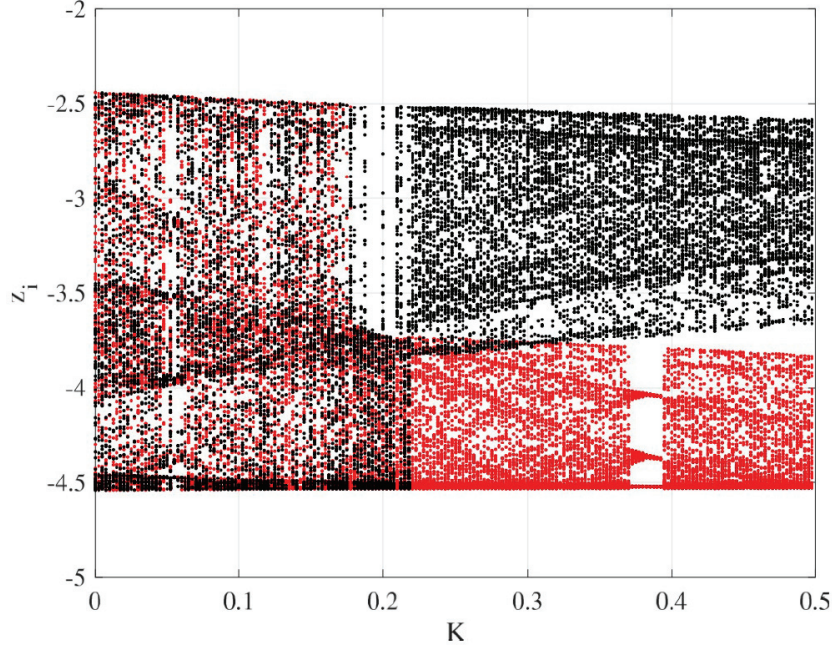


図 4.4 RRO フィードバック信号を印加した場合の Chua 回路のシステム挙動. RRO フィードバック信号強度 K の関数としてプロットしたポアンカレ写像関数 z_i の分岐図. 異なる初期状態に対応する 2 種類の z_i を表示: $(x(0), y(0), z(0)) = (-6.0489, 0.0839, 8.7739)$ (黒い点で表示), $(6.0489, -0.0839, -8.7739)$ (赤い点で表示). 正の RRO フィードバック信号強度の増加に伴い併合状態にあったアトラクタは分離している. ($\alpha = 8.52, \beta = 12.0732, \gamma = 0.0052, m_0 = -0.1768, m_1 = -1.1468$). [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 5]

z_i の分岐図を示す. $K = 0, -0.1, -0.2$ における $(x, y, z), z(t), z_i$ の典型定常時系列変化の例を図 4.7 に示す. $-0.13 \lesssim K \lesssim 0$ において, z_i は $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -3.7$ または $-3.7 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ のいずれかの領域に束縛されている (図 4.7(c) の左及び中央部の典型的な z_i の例を参照). しかしながら, K が小さくなり $K \approx -0.13$ 以下になると, z_i は初期状態に応じて $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -3.7$ と $-3.7 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ の範囲で CCI を呈している (図 4.7(c) の右の典型的な z_i の例を参照).

図 4.8(a) に, 図 4.5 の $K = 0, 0.3$ に対応する場合のポアンカレ断面上の z_i のリターンマップを示す. RRO フィードバック信号が適用されない場合の写像関数 $F_K(z_i)$ に対する cubic 写像 (1 次立方) 構造が確認できる. 一方 RRO フィードバック信号が印加された場合, 写像関数 $F_K(z_i)$ の極大値の絶対値は減少する, そして, 併合状態にあったアトラクタの分離が確認できる. RRO フィードバック信号によるこの効果は, 離散 cubic 写像において得られたこれまでの知見に一致する. ここで写像関数の極小値に対する変化は, 写像関数 $F_K(z_i)$ の極大値における変化に比べて小さい. さらにこの影響は, (4.9) 式, (4.10) 式で表されるアトラクタ併合条件によって評価される. f_{\max} に基づく状態の評価によると ((4.9) 式), $K = 0, 0.3$ の場合, $F_K(f_{\max}) - \mu \approx -0.28 < 0$ (アトラクタ併合) と $F_K(f_{\max}) - \mu \approx 0.22 > 0$ (アトラクタ分離) であり, それぞれ f_{\max} に基づく条件を満たし

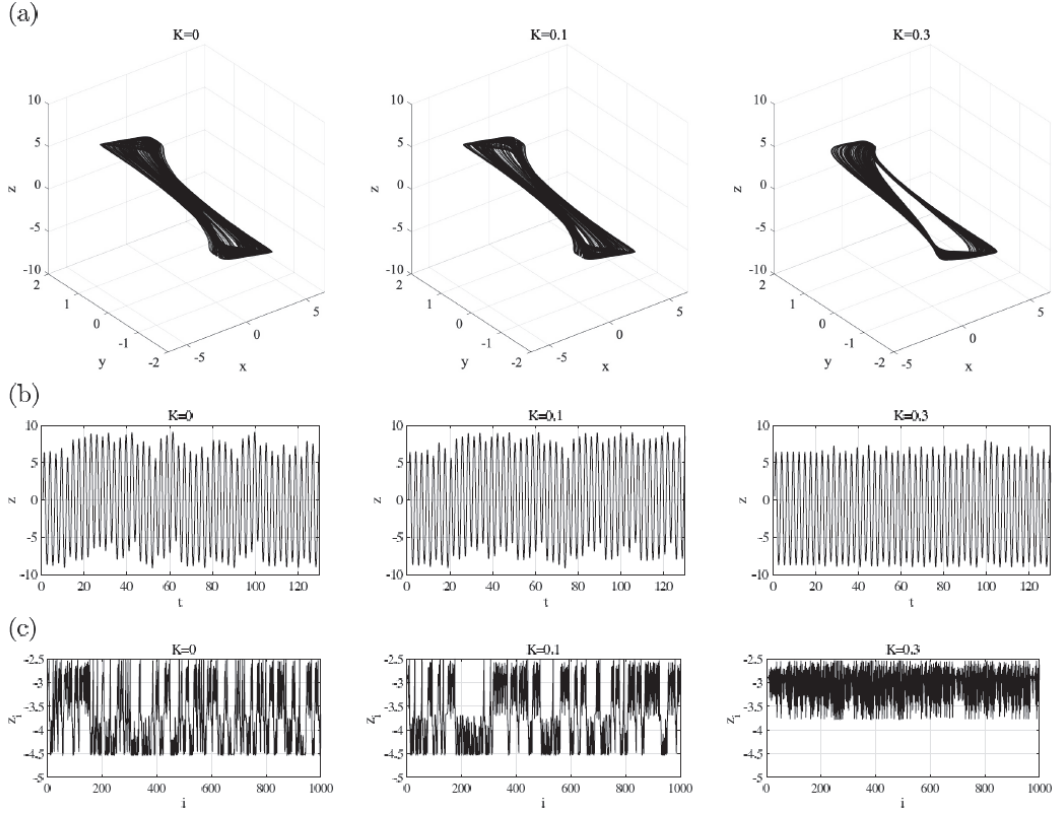


図 4.5 正の RRO フィードバック信号を印加した場合の Chua 回路のシステム挙動の典型的な時系列変化 (図 4.4 に対応). ($\alpha = 8.52$, $\beta = 12.0732$, $\gamma = 0.0052$, $m_0 = -0.1768$, $m_1 = -1.1468$). [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 6]

ている. 一方 f_{\min} に基づく状態の評価によると ((4.10) 式), アトラクタ分離に相当する $K = 0.3$ において, アトラクタ分離条件は満たされている ($F_K(f_{\min}) - \mu \approx -0.47 < 0$). しかし, $K = 0$ ではアトラクタ併合に相当しているが, アトラクタ併合条件は満たされていない ($F_K(f_{\min}) - \mu \approx -0.72 < 0$). これは, $F_K(z_i)$ の傾きが $f_{\min}(z_i \approx -4.5)$ 付近で非常に大きく, 写像関数を正確に推定できないためであると考えられる (図 4.8(a) 中央を参照).

図 4.8(b) に, 図 4.7 の $K = 0, -0.2$ に対応するポアンカレ断面における写像関数 $F_K(z_i)$ を示す. RRO フィードバック信号が適用されない場合 ($K = 0$) アトラクタは, $-4.5 \lesssim z_i \lesssim -4$ と $-3.5 \lesssim z_i \lesssim -2.5$ の領域に分離される. 一方負の RRO フィードバック信号を印加すると ($K = -0.2$), 写像関数 $F_K(z_i)$ の極大値の絶対値が増加する. そして, アトラクタ併合が起こる. ここで図 4.8(a) の正のフィードバック信号を印加した場合と同様に, 写像関数 $F_K(z_i)$ の極小値の変化量は極大値の変化量に比較して小さい. さらに f_{\max} ((4.9) 式) に基づく条件の評価によると, $K = 0, -0.2$ の場合, $F_K(f_{\max}) - \mu \approx 0.21 > 0$ (アトラクタ分離) と $F_K(f_{\max}) - \mu \approx -0.09 < 0$ (アトラクタ併合) であり, それぞれ f_{\max} に基づく条件を満たしている. 一方 f_{\min} に基づく状態の評価によると ((4.10) 式),

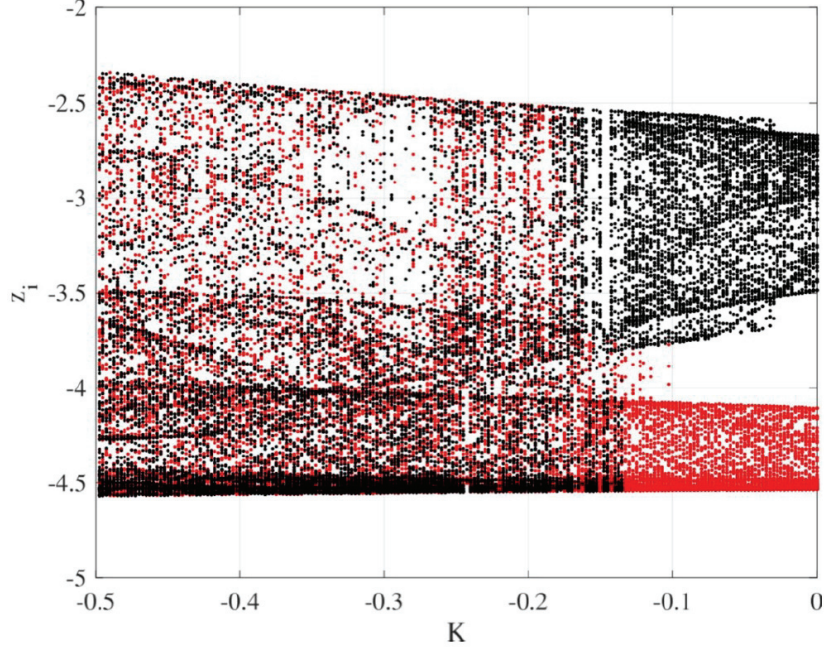


図 4.6 負の RRO フィードバック信号を印加した場合の Chua 回路のシステム挙動. RRO フィードバック信号強度 K の関数としてプロットしたポアンカレ写像関数 z_i の分岐図. 異なる初期状態に対応する 2 種類の z_i を表示: $(x(0), y(0), z(0)) = (-6.0489, 0.0839, 8.7739)$ (黒い点で表示), $(6.0489, -0.0839, -8.7739)$ (赤い点で表示). 負の RRO フィードバック信号強度の絶対値増加に伴い分離状態にあったアトラクタは併合されている. ($\alpha = 8.46$, $\beta = 12.0732$, $\gamma = 0.0052$, $m_0 = -0.1768$, $m_1 = -1.1468$). [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 7]

アトラクタ分離に相当する $K = 0$ において, $F_K(f_{\min}) - \mu \approx -0.67 < 0$ でありアトラクタ分離条件は満たされている. しかし, $K = -0.2$ ではアトラクタ併合に相当しているが, アトラクタ併合条件は満たされていない ($F_K(f_{\min}) - \mu \approx -0.60 < 0$). これは, 正のフィードバック信号を印加した場合と同様の理由によるものであり, $F_K(z_i)$ の傾きが $f_{\min}(z_i \approx -4.5)$ 付近で非常に大きく, 写像関数を正確に推定できないためであると考えられる (図 4.8(b) 中央を参照).

4.2.3 Chua 回路における RRO フィードバック信号によるカオス共鳴制御

Chua 回路における微弱外部入力正弦波信号 ($S(t) = A_S \sin 2\pi f_s t$, $A_S = 10^{-3}$) に対する信号応答性の評価を行った. 図 4.9 の上段に, 正の RRO フィードバック信号 ($\alpha = 8.52$) 及び負の RRO フィードバック信号 ($\alpha = 8.46$) をそれぞれ印加した場合の, CCI の切り替え時間の分布強度: P_1 を, RRO フィードバック信号強度 K の関数として示す. 図 4.9 の下段に, 外部正弦波入力信号を入力しない場合の (4.9) 式で与えられる $F_K(f_{\max}) - \mu$ に対する P_1 の散布図を示す. ここで 4.2.2 の結果より, f_{\min} ではなく f_{\max} に基づくアトラクタ併合条件を適用した. 正負いずれの RRO フィードバック信号を印加した場合に

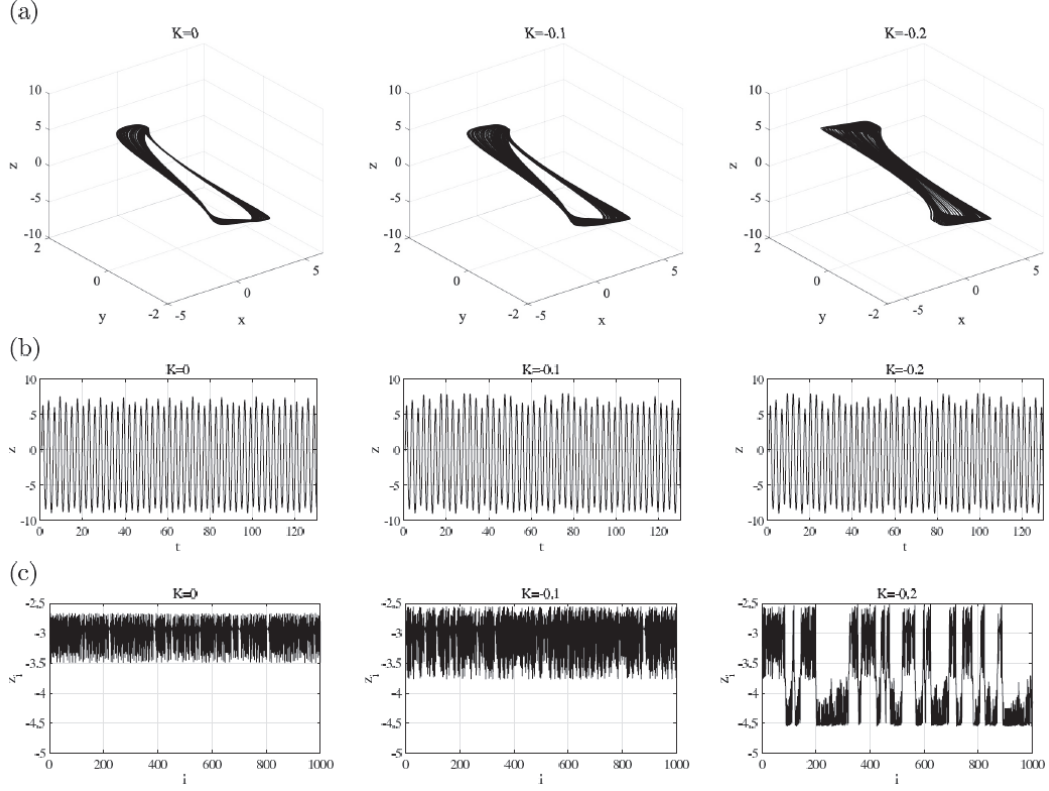


図 4.7 負の RRO フィードバック信号を印加した場合の Chua 回路のシステム挙動の典型的な時系列変化 (図 4.6 に対応). ($\alpha = 8.46$, $\beta = 12.0732$, $\gamma = 0.0052$, $m_0 = -0.1768$, $m_1 = -1.1468$). [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 8]

においても、アトラクタ併合点付近 ($F_K(f_{\max}) - \mu \approx 0$) のフィードバック信号強度で、 P_1 がピークを示す傾向にあることが確認できる。さらにピーク値は、外部入力信号の周波数 f_S に依存している。以上の結果から、RRO フィードバック信号はアトラクタ併合分岐点付近において、カオス共鳴に適したカオス状態を誘起すると考えることができる。

4.3 考察及び結論

本章では、これまで離散時間カオスシステムにおけるアトラクタ領域の分岐制御への適用を目的として開発した RRO 法を、ポアンカレ断面上への写像関数に焦点を当てて連続カオスシステムに拡張した。拡張した RRO 法を、その軌道がカオス-カオス間欠性を呈する連続カオスシステムである Chua 回路に適用した。さらに、RRO フィードバック信号を印加した状態で微弱な外部周期信号に対す信号応答性を評価した。その結果、適度な強度の正及び負の RRO フィードバック信号により、それぞれに対応してアトラクタ領域の分離・併合制御が可能であることを確認した。いずれの場合においても、信号応答性能はアトラクタの併合分岐点に対応する RRO フィードバック信号強度付近で最大となった。すなわち、カオス共鳴が RRO フィードバック信号によって誘起可能であることが確

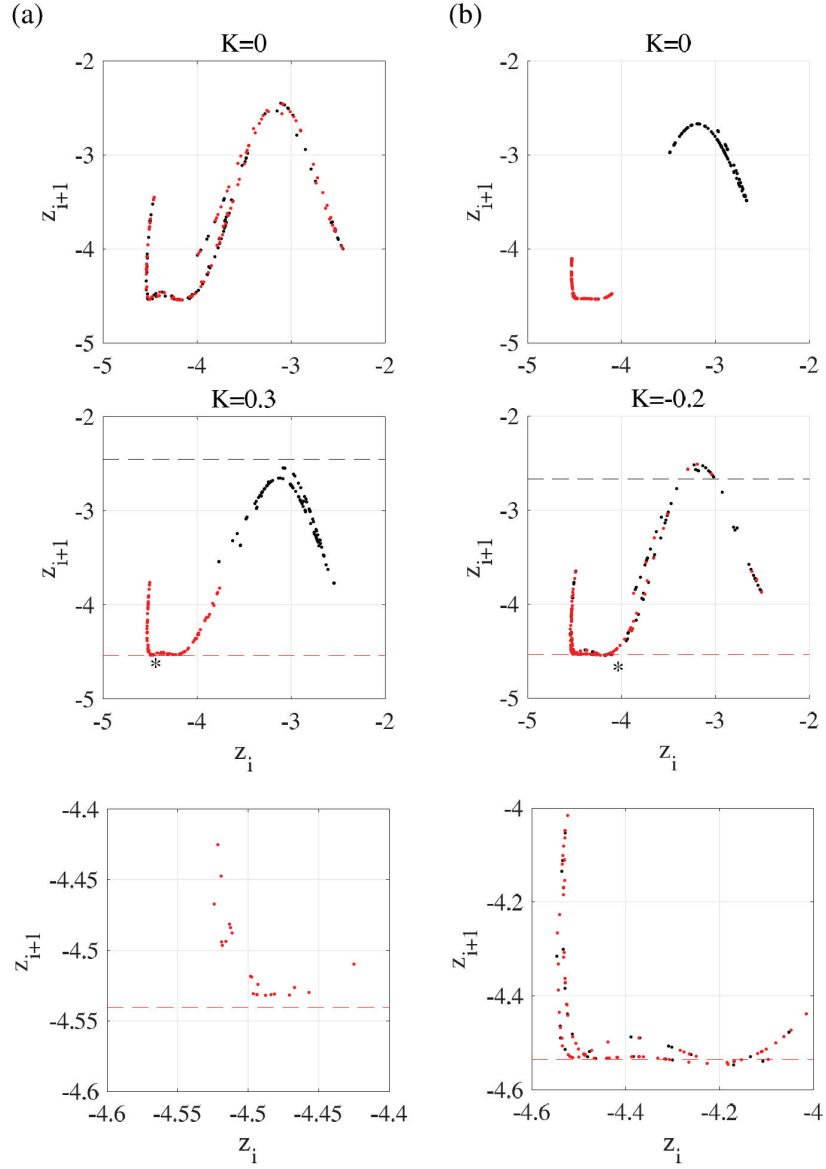


図 4.8 ポアンカレ断面における z_i のリターンマップ。RRO フィードバック信号を印加しない場合（上段）と RRO フィードバック信号を印加した場合（中段）。下段のグラフは中段のグラフの * で示される付近を拡大したものである。黒と赤の点は、それぞれ初期状態 $(x(0), y(0), z(0)) = (-6.0489, 0.0839, 8.7739), (6.0489, -0.0839, -8.7739)$ に対応している。黒と赤の破線は、それぞれフィードバック信号を印加しない場合 ($K = 0$) の写像関数 $F_K(z_i)$ の極大値を極小値を表す。 ($\beta = 12.0732, \gamma = 0.0052, m_0 = -0.1768, m_1 = -1.1468, \alpha = 8.52$ ((a)), $\alpha = 8.46$ ((b))). [Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 9]

認された。

アトラクタ領域を併合・分岐する RRO 法のメカニズムについて検討を行う必要がある。アトラクタ領域の分離に関しては、3.1 節で、離散カオスシステムにおいて CCI が生起している併合状態のアトラクタ領域は cubic 写像構造を呈しており、RRO フィードバック信号による写像関数の極大値と極小値の絶対値の低下が、併合状態にあるアトラクタ領域

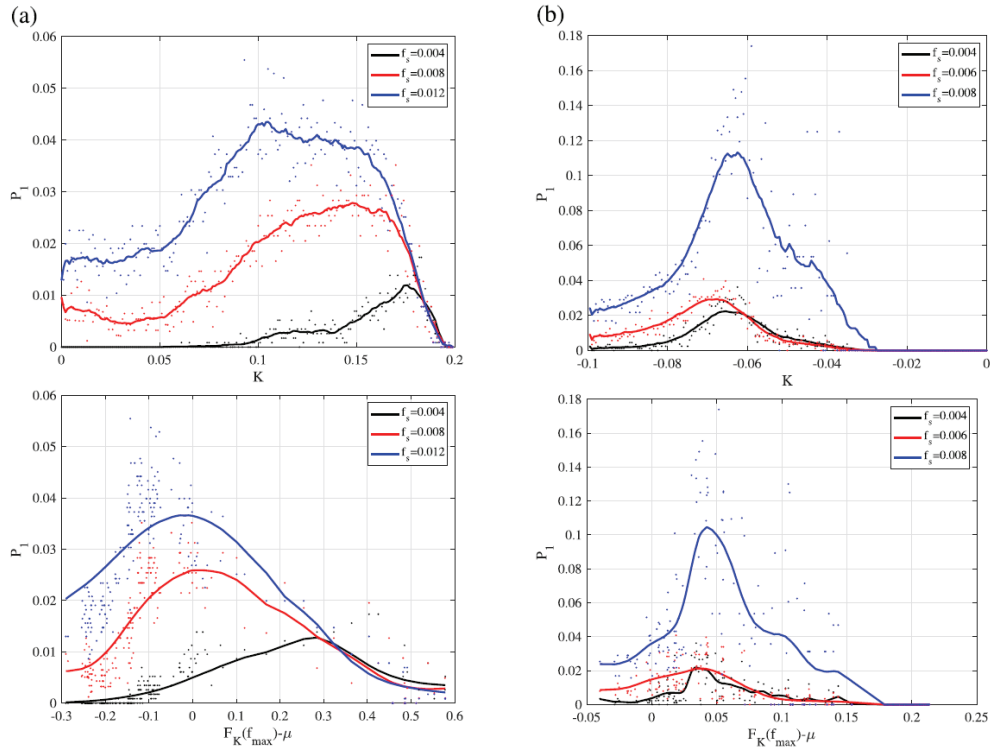


図 4.9 RRO フィードバック信号強度 K の関数としての CCI の切替り時間の分布強度： P_1 (上段)．上段に示す P_1 と正弦波信号を入力しない場合の $F_K(f_{\max}) - \mu$ ((4.9) 式で与えられる) の散布図 (下段)．(a) 正のフィードバック信号が与えられた場合 ($\alpha = 8.52$)．(b) 負のフィードバック信号が与えられた場合 ($\alpha = 8.46$)．いずれの場合も P_1 はアトラクタ併合点付近で極大になる ($\beta = 12.0732, \gamma = 0.0052, m_0 = -0.1768, m_1 = -1.1468, A_s = 10^{-3}$)．
[Copyright(C)2020 IEICE, [42] Fig. 10]

の分離に影響を与えている．さらに負の信号強度を有する RRO フィードバック信号は、写像関数の極大値と極小値の絶対値の上昇により分離したアトラクタ領域の併合に影響を及ぼす．Chua 回路に対する RRO 法の開発において、関数 u の極大値と極小値は離散時間カオスシステムの場合と同様に $F_K(z_i)$ の写像関数の極小値と極大値にほぼ同等になるように設定した．上記に加えて RRO フィードバック信号は、あるポアンカレ断面から次のポアンカレ断面に移行する 1 サイクルの間、(4.6) 式で定義される $Ku(z_i)$ が一定値となるように設定される．これらの信号は、 $Ku(z_i)$ の符号の方向に対応して z_i の挙動にバイアスされると推測される．すなわち RRO フィードバック信号が正 ($Ku(z_i) > 0$) 又は負 ($Ku(z_i) < 0$) の値のどちらをとるかによって、 z_{i+1} の値の増加または減少が起こる．この影響によって、写像関数の極大値と極小値の絶対値は、RRO フィードバック信号が正の場合 ($Ku(z_i) > 0$) に低下し、負の場合 ($Ku(z_i) < 0$) に上昇する．これは、アトラクタ領域の分離と併合に多大な影響を及ぼす．

次に微弱な外部周期信号に対する信号応答に関しては、RRO フィードバック信号は Chua 回路に対し、アトラクタ領域の併合分岐が起こる近傍で入力周波数依存性ととも

信号応答性のピークを誘起する（図 4.9 参照）．アトラクタ領域の併合点付近で CCI の信号応答性が増強される理由について，検討を行った．併合状態のアトラクタが分岐する点の近傍では，外部入力信号が存在しない状況では CCI はほとんど起こらない．しかし信号を入力すると，その影響により信号周波数に応じてアトラクタの切替が起こる．その結果，信号応答性が増強される．CCI を伴う離散及び連続時間カオスシステムでは，カオス共鳴における信号応答性はアトラクタ領域の併合分岐が起こる近傍で最大となり，入力周波数依存性を示すことが知られている．本研究では，第 3 章でこれらの特徴が離散時間カオスシステムにおいて，RRO フィードバック信号下で維持されることを示してきた．それゆえに，本章で明確となったカオス共鳴の特徴は，これまでの知見と一致するものである．

第 5 章 双極性障害の神経システムモデルへの軌道領域減少 (RRO) 法の適用

第 3 章及び第 4 章を通して、本研究で提案する RRO 法が CCI を呈する各種のシステムに対し、アトラクタの併合・分離制御を通してカオス共鳴を誘起し、CCI の制御機能を有することを確認した。本章では、RRO 法によるカオス制御のメカニズムを双極性障害における概日リズム生成モデル (Hadaeghi モデル) に導入し、RRO 法 of 精神疾患治療への適用可能性について検討を行う。

5.1 モデルと方法

5.1.1 Hadaeghi らによる前頭野と感覚野で構成される神経システム

Hadaeghi ら及び Bayani らは、前頭野のニューラルネットワークにおける障害と双極性障害におけるサーカディアンリズムの乱れとの関係を説明するために、視床下部との相互作用が可能な前頭野と感覚野のニューラルネットワークで構成される非線形ダイナミックモデル (以下、Hadaeghi モデルと表記) を提案した [48,49]。このモデルにおいては、前頭野と感覚野のニューラルネットワークの挙動は、健康状態の場合、周期的な挙動を呈し、双極性障害を伴う患者の場合、カオス-カオス間欠状態に移行する。健康状態に対応する周期的状態に基づく時系列変動は、視床下部のサーカディアンペースメーカーによるパラメータ制御を反映している。その結果、気分変動による双極性障害に見られるサーカディアンリズムの乱れが現れる。Hadaeghi らのモデルによって生成されるサーカディアンリズムは、Indic ら [86] によって手首着脱型アクチグラフを用いて計測・収集された被験者におけるサーカディアンリズムデータとの比較がなされている。具体的には、健康な被験者及び双極性障害患者それぞれ 15 名に対し、アクチグラフによる腕の振りのカウント数に基づく活動量からサーカディアンリズムを時系列処理した結果と、モデルにより視床下部まで含めた出力レベルでのサーカディアンリズムをシミュレートした結果との比較を通して、両者の整合性を確認している [48]。

Hadaeghi モデルによると、双極性障害においては前頭野の神経活動における CCI の創発が、サーカディアンリズムの乱れを引き起こす。したがって、CCI 状態から周期的挙動への変化を促進する手法は、サーカディアンリズムを安定化させる。図 5.1 に Hadaeghi らの前頭野ニューラルネットワークの概観を示す。このニューラルシステムは感覚野から前頭野への興奮性と抑制性の 2 つの神経回路で構成されている。これらの神経回路間の相互作用で生じられる神経活動は感覚野にフィードバックされる。認知機能を担う前頭野の神経活動 $x(n) (n = 1, 2, \dots)$ は、興奮性ニューロンと抑制性ニューロンの競合により制

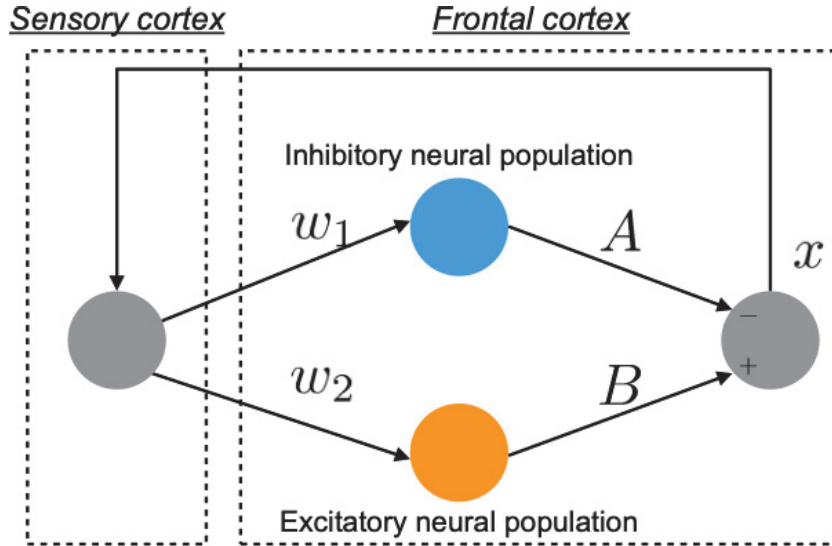


図 5.1 神経活動 $x(n)$ を再現した前頭野と感覚野で構成される Hadaeghi らによって提案された神経システムの概観. [文献 [50] より引用]

御され, (5.1) 式及び (5.2) 式で表される [46].

$$x(n+1) = F(x(n)), \quad (5.1)$$

$$F(x) = B \tanh(w_2 x) - A \tanh(w_1 x), \quad (5.2)$$

ここで w_1 と w_2 は, 抑制性と興奮性のニューロン集団への入力シナプス結合強度を表し, A と B は実際には神経伝達物質に対応する抑制性と興奮性ニューロン集団からの出力シナプス結合強度である. 本研究で用いるパラメータは, Hadaeghi らのこれまでの研究に基づいて, $w_1 = 0.2223$, $w_2 = 1.487$, $B = 5.82$ に設定する. A は主たる分岐パラメータである.

5.1.2 RRO フィードバック信号と外部入力信号による前頭野神経活動の制御

Hadaeghi らは, 健康な状態に対応する概日リズムは, 前頭野の神経活動の周期窓における周期 p の挙動により生成され, 双極性障害における概日リズムの乱れは, CCI によって生成されることを示している. (5.1) 式及び (5.2) 式で与えられる前頭野の神経活動に対し, 我々は, RRO 型のカオス共鳴により CCI 状態から周期的状態への移行を促進するためのフィードバック信号を構成する. この制御方法の概観を, 図 5.2 に示す. 前頭野の概日神経活動 $x(n)$ は, 以下に示すように RRO フィードバック信号 $u(x)$ と外部周期入力信号 $S(n) = \alpha \sin(2\pi n/p)$ によって制御される:

$$x(n+1) = F(x(n)) + Ku(x(n)) + S(n), \quad (5.3)$$

$$u(x) = -(x - x_d) \exp(-(x - x_d)^2 / (2\sigma^2)). \quad (5.4)$$

ここで, K , x_d 及び σ は, それぞれ RRO フィードバック信号強度, 2 つのアトラクタ

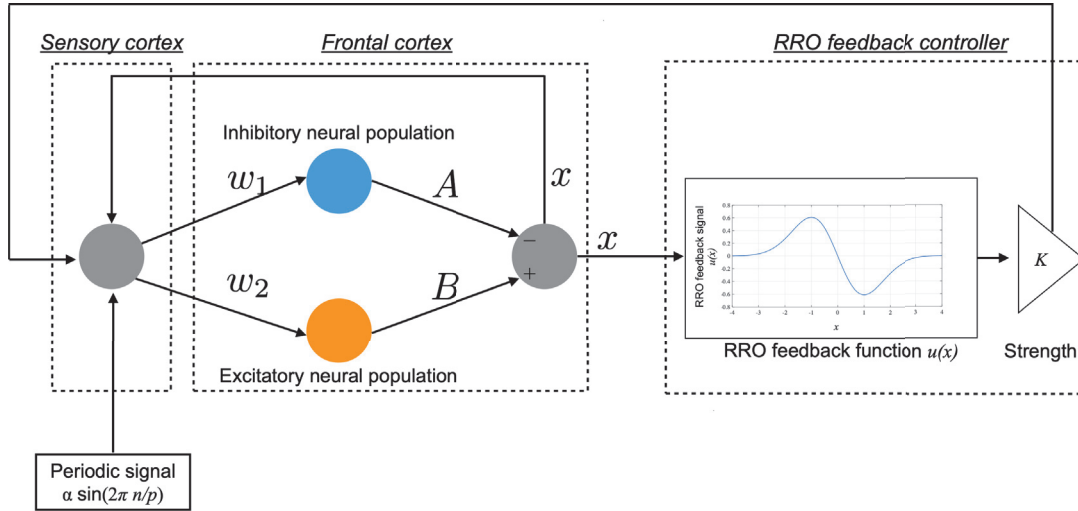


図 5.2 Hadaeghi モデルに対する RRO フィードバック信号と周期信号の入力による制御の概観 [文献 [50] より引用]

の併合点及び RRO フィードバック信号の影響範囲を決めるパラメータである．本研究では， $x_d = 0$ ， $\sigma = 1.0$ のパラメータ設定を用いる．このようにパラメータ設定を行ったのは，リターンマップ構造が $-\sigma < x < \sigma$ ($\sigma = 1.0$) の領域に位置する写像関数の極大値と極小値に対して， $x = 0$ で点対称になっていることによる．また外部入力信号の周期 p として，4，8，16，32，64 を適用する．

5.1.3 評価尺度

アトラクタの併合分岐を評価するために， $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max})$ と， $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min})$ を導入した． $F(f_{\max,\min}) + Ku(f_{\max,\min}) = 0$ は，分離していたアトラクタの併合点に相当する．また前頭野の神経活動 $x(n)$ のカオス性は，以下に示すリアプノフ指数により判断した．

$$\lambda = \frac{1}{\tau M} \sum_{k=1}^M \ln\left(\frac{d^k(t_l = \tau)}{d^k(t_l = 0)}\right). \quad (5.5)$$

ここで， $d^k(t_l = 0) = d_0$ ($k = 1, 2, \dots, M$) は， $n = n_0 + (k-1)\tau$ において設定された M 個の $x(t)$ の初期状態のゆらぎである． $t_l \in [0 : \tau]$ に対する時間発展は， $d^k(t_l = \tau) = (x(n) - x'(n))|_{n=n_0+k\tau}$ であり，さらに $x'(n)$ は，軌道に与えられた摂動を表す． $\lambda > 0$ 及び $\lambda < 0$ は，それぞれカオス状態と周期状態に対応する．

前頭野の神経活動 $x(n)$ と微弱周期信号 $S(n)$ との同期は， τ の時間遅れに基づく相関係

数を用いて評価した.

$$C(\tau) = \frac{C_{sx}(\tau)}{\sqrt{C_{ss}C_{xx}}}, \quad (5.6)$$

$$C_{sx}(\tau) = \langle (S(n+\tau) - \langle S \rangle)(x(n) - \langle x \rangle) \rangle, \quad (5.7)$$

$$C_{ss} = \langle (S(n) - \langle S \rangle)^2 \rangle, \quad (5.8)$$

$$C_{xx} = \langle (x(n) - \langle x \rangle)^2 \rangle, \quad (5.9)$$

ここで, $\langle \cdot \rangle$ は, n 回の平均を表す. 本研究では τ を, $x(n)$ の各時系列における $\max_{\tau} C(\tau)$ の値に対し設定した. $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は異なる初期状態 $x(0)$ に対し 10 回計測を行った結果に基づく値である.

RRO フィードバック信号 $Ku(x)$ と微弱周期信号 $S(n)$ による摂動を評価するために, 以下に示す摂動の 2 乗平均 Ξ を導入した.

$$\Xi = \langle (Ku(x(n)))^2 + (S(n))^2 \rangle, \quad (5.10)$$

ここで, $\langle \cdot \rangle$ は, n 回の平均を表す.

5.2 結果

5.2.1 内部パラメータ A に対する前頭野の神経活動

前頭野と感覚野で構成される神経システムの挙動を, 解析した. 図 5.3 に, RRO フィードバック信号及び微弱周期信号を印加しない場合の, 前頭野の神経活動 $x(n)$, リアプノフ指数 λ , 及び $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の抑制性シナプス結合強度 A に対する依存性を示す ($K = 0, \alpha = 0$). $x(n)$ は A の値の増加に伴い周期倍分岐を起こし, $A \gtrsim 8.1$ でカオス挙動を呈している ($\lambda > 0$). $8.1 \lesssim A \lesssim 9.8$ の領域では, $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) > 0$, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) < 0$ であり, $x(n)$ は初期状態 $x(0)$ に応じて正負いずれかの領域にトラップされ, カオス挙動を呈している. $A \gtrsim 9.8$ の領域では, アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ と, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ が満たされ, $x(n)$ が正負の領域を遷移するカオス-カオス間欠性を呈する様子が確認できる. この効果は, 分岐図の正負の領域におけるアトラクタの併合に対応している. $12.5 \lesssim A \lesssim 13.5$ では, 周期的な挙動が現れる (カオス窓). Hadaeghi らは, 周期的な挙動が現れる領域における前頭野の神経活動を健康な状態 (HC) に, 一方カオス-カオス間欠性を呈する神経活動を双極性障害 (BD) に対応させている. A の値が 13.5 を超えるとカオス状態となり, $A \gtrsim 14.3$ の領域で, 再びカオス-カオス間欠性が現れる.

図 5.4 に (5.1) 式で与えられる健康な状態と双極性障害の患者における前頭野の神経活動 $x(n)$ の典型的例を, 周期窓の前 ($9.8 \lesssim A \lesssim 12.5$), 周期窓 ($12.5 \lesssim A \lesssim 13.5$), 周期窓の後 ($13.5 \lesssim A \lesssim 20.0$) に分け, それぞれ 2 例を示す. 健康な場合の典型的な挙動に対応する $A = 13.0$ 及び $A = 13.7$ の場合, 前頭野の神経活動 $x(n)$ はそれぞれ周期 4 及び周期

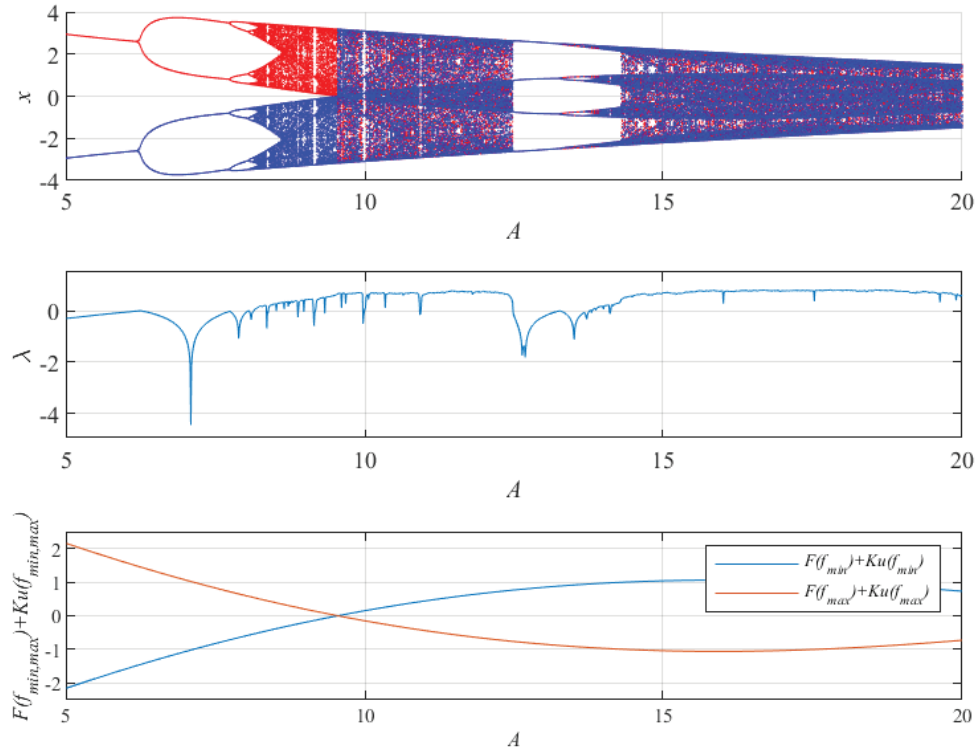


図 5.3 RRO フィードバック信号及び微弱周期信号を印加しない場合 ($K = 0$, $\alpha = 0$) の、前頭野の神経活動 $x(n)$ 、リアプノフ指数 λ 、及び $F(f_{\max,\min}) + Ku(f_{\max,\min})$ の抑制性シナプス結合強度 A に対する依存性

8 の挙動を呈している．ここでは，パラメータが図 5.3 の上部の分岐図における周期窓の位置に設定されている．この周期窓では周期倍分岐により，周期 4 及び周期 8 以外にも周期状態が存在する．そこで健康状態に対応する周期として，本研究では $p = 4, 8, 16, 32, 64$ を用いた．双極性障害の挙動に対応する周期窓の前 ($A = 9.0$, $A = 12.0$)，周期窓の後 ($A = 14.5$, $A = 18.5$) では，CCI 状態を呈する．健康及び双極性障害いずれの場合においても，アトラクタ併合条件 $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) < 0$ 及び $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) > 0$ が満たされている．

5.2.2 RRO フィードバック信号と外部周期入力信号による双極性障害における神経活動の乱れの周期化

本項では，図 5.3 の分岐図において周期的な挙動が現れる $12.5 \lesssim A \lesssim 13.5$ の前後 2 領域 ($9.8 \lesssim A \lesssim 12.5$, $13.5 \lesssim A \lesssim 20.0$) について，RRO フィードバック信号によるカオス共鳴制御について述べる．

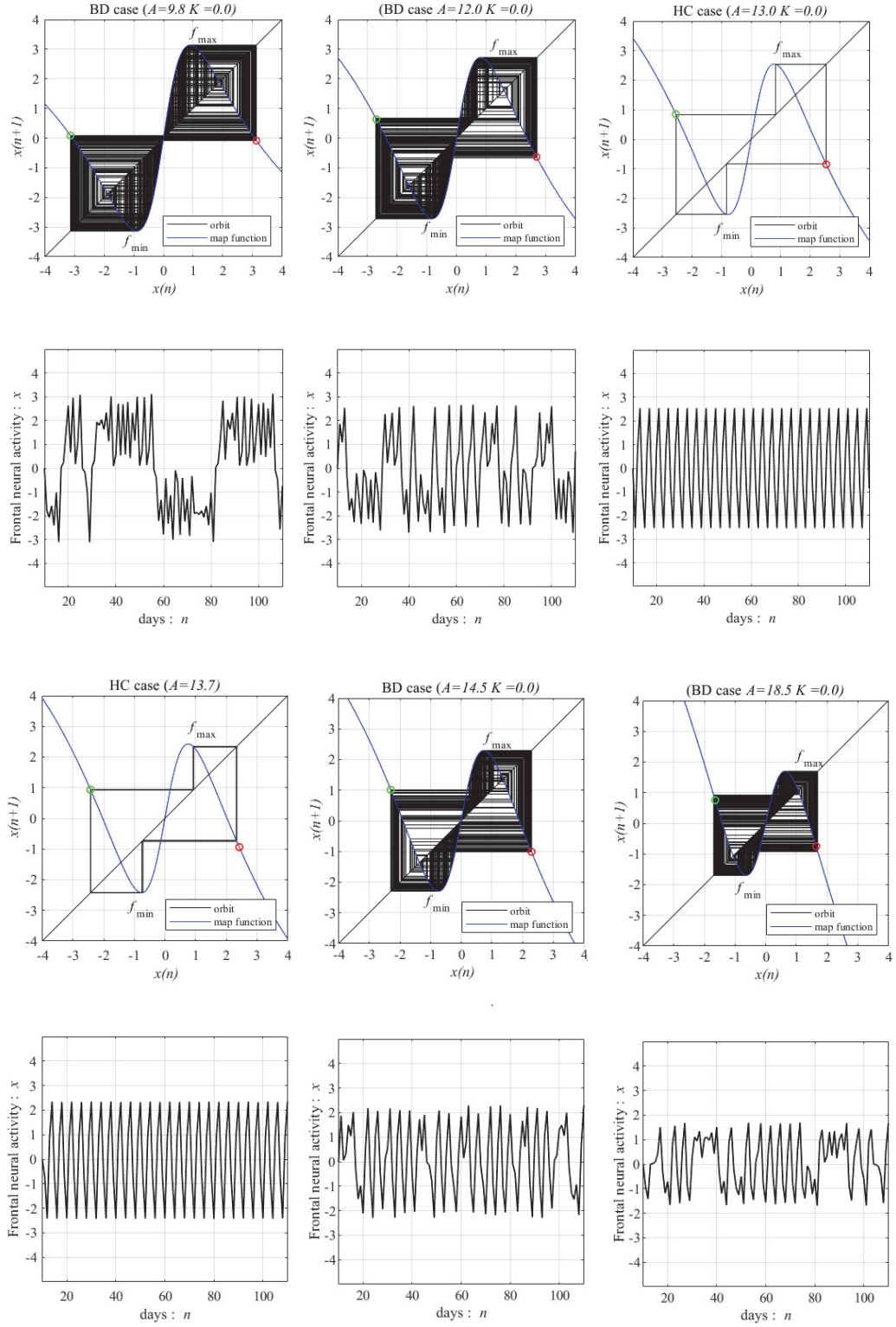
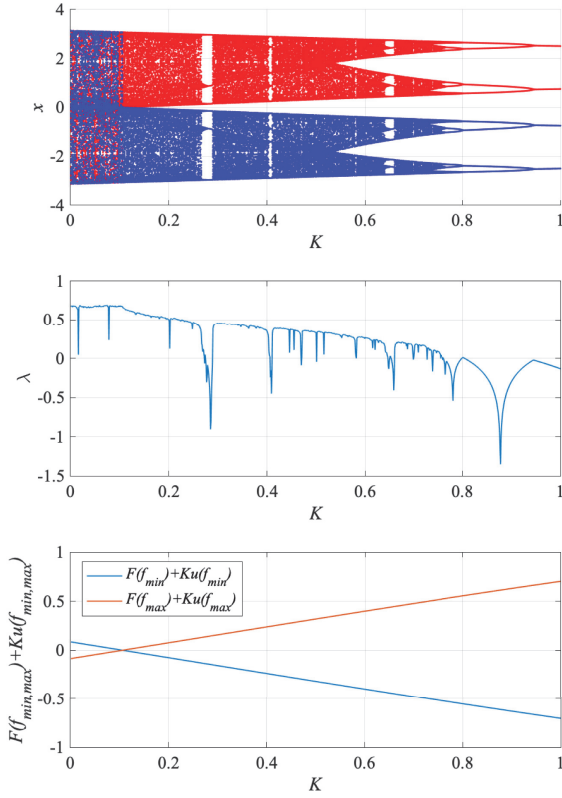


図 5.4 健康な状態 ($A = 13.0$, $A = 13.7$) と双極性障害の患者 (周期窓の前 ($A = 9.0$, $A = 12.0$), 周期窓の後 ($A = 14.5$, $A = 18.5$)) おける前頭野の神経活動 $x(n)$ の写像関数と時系列変化, 周期窓の前 ($9.8 \lesssim A \lesssim 12.5$), 周期窓 ($12.5 \lesssim A \lesssim 13.5$), 周期窓の後 ($13.5 \lesssim A \lesssim 20.0$)

$A=9.8$



$A=12.0$

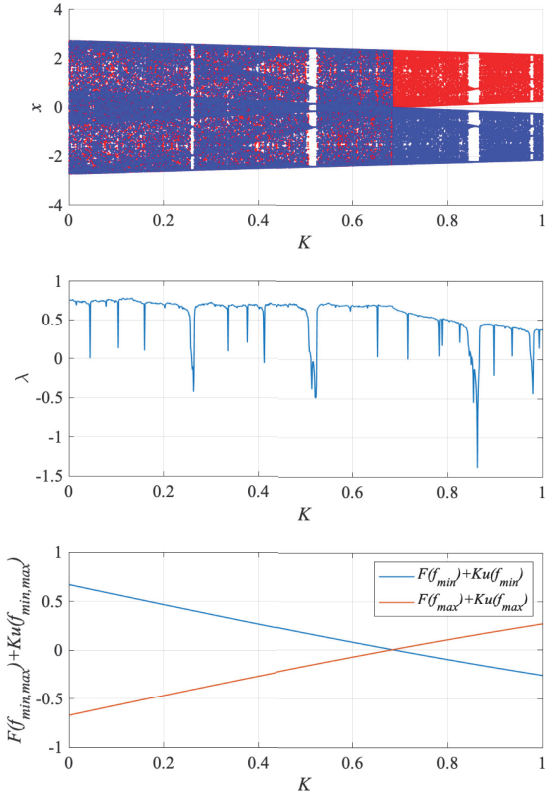


図 5.5 微弱周期信号を印加しない場合 ($\alpha = 0$) の、前頭野の神経活動 $x(n)$ 、リアプノフ指数 λ 、及び $F(f_{\max,\min}) + Ku(f_{\max,\min})$ の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性 (左: $A = 9.8$, 右: $A = 12.0$). [文献 [50] より引用]

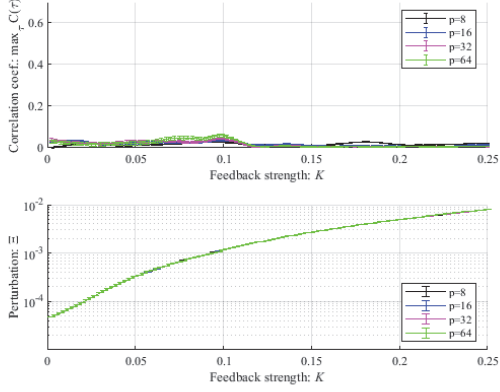
5.2.2.1 $9.8 \lesssim A \lesssim 12.5$ の領域にけるカオス共鳴制御

微弱外部入力信号に対する同期を強めるために、アトラクタ併合分岐におけるシステムパラメータの調節が必要である。図 5.5 は、周期窓の前に現れる双極性障害に対応する CCI 領域における前頭野と感覚野で構成される神経システムの挙動を、周期信号を印加しない状態で ($\alpha = 0$)、RRO フィードバック信号強度 K の関数として表したものである ($A = 9.8, 12.0$)。上段から、(5.3) 式で与えられる前頭野の神経活動 $x(n)$ の分岐図、リアプノフ指数 λ 及び $F(f_{\min,\max}) + Ku(f_{\min,\max})$ である。併合状態にあるアトラクタ ($\lambda > 0$) の正または負領域への分岐は、 $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) < 0$, $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) > 0$ の領域で生起し、対応する RRO フィードバック信号強度は $A = 9.8$ の場合 $K \gtrsim 0.1$, $A = 12.0$ の場合 $K \gtrsim 0.7$ である。

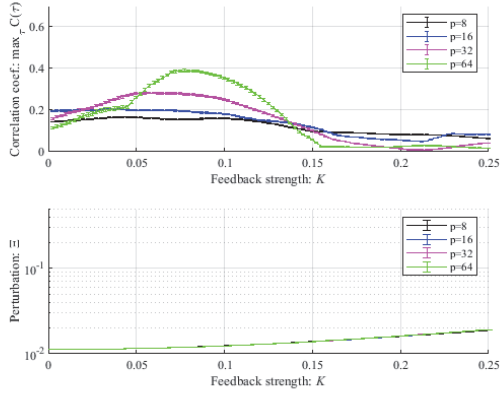
続いて前頭野の神経活動 $x(n)$ の微弱外部入力信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.01, 0.15, 0.3$ 及び $p = 8, 16, 32, 64$) に対する同期と、RRO フィードバック信号と微弱外部入力信号との摂動について評価する。ここで p の値は、 $12.5 \lesssim A \lesssim 13.5$ で現れる周期窓に存在する健康な状態に対応する周期 p に基づいて設定した。図 5.6 に、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$

$A=9.8$

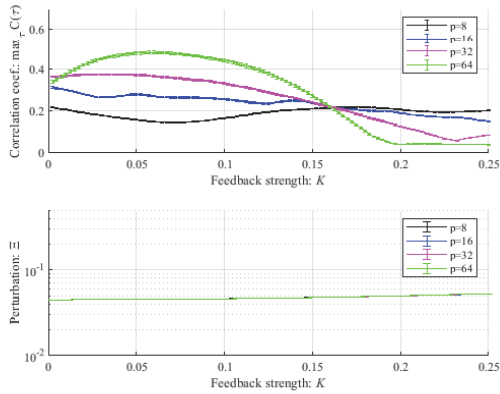
$\alpha=0.01$



$\alpha=0.15$

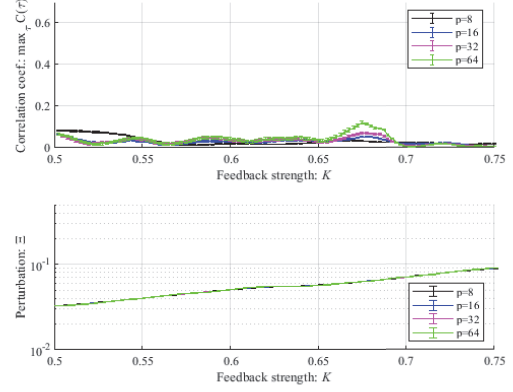


$\alpha=0.30$

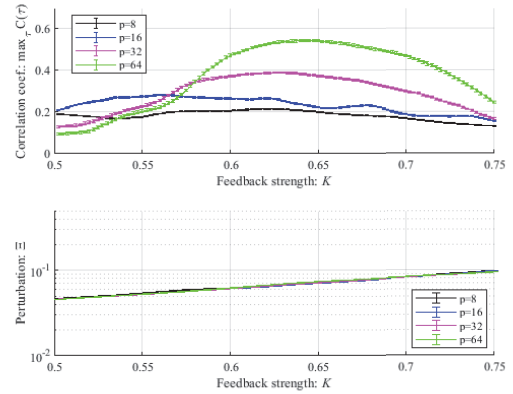


$A=12.0$

$\alpha=0.01$



$\alpha=0.15$



$\alpha=0.30$

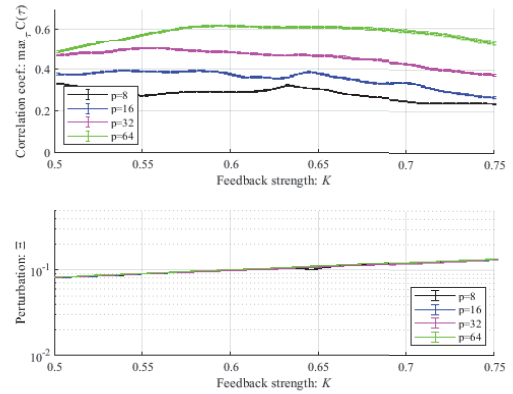


図 5.6 双極性障害の場合 ($A = 9.8, A = 12.0$) の微弱な外部入力周期信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.01, 0.15, 0.3$ 及び $p = 8, 16, 32, 64$) に対する前頭野神経活動 $x(n)$ の同期と, RRO フィードバック信号と微弱外部入力信号との摂動. 上段は相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性, 下段は摂動 Ξ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性

と摂動 Ξ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性を示す. $\alpha = 0.15, p = 32$ の微弱周期信号に対し, $\max_{\tau} C(\tau)$ はアトラクタ併合分岐点付近で極大となっている ($A = 9.8$ の場合 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.3$, $A = 12.0$ の場合 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.4$). アトラクタ併合分岐

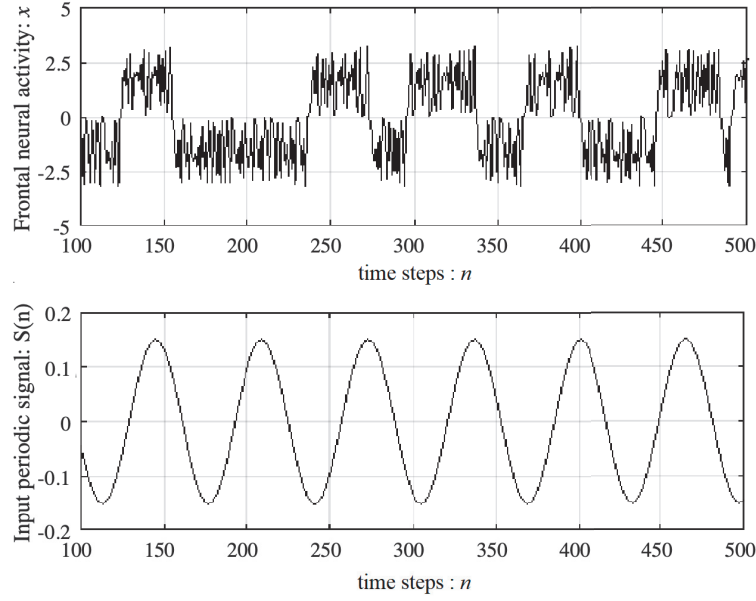
$F(f_{\min, \max}) + Ku(f_{\min, \max}) = 0$ で定義され、対応する RRO フィードバック信号強度は、 $A = 9.8$ の場合 $K \approx 0.06$ 、 $A = 12.0$ の場合 $K \approx 0.63$ である (図 5.5 参照)。

$p = 64$ の微弱周期信号に対しては、 $A = 9.8$ の場合、信号強度 $K \approx 0.075$ に対し極大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.4$ である。 $A = 12.0$ の場合、信号強度 $K \approx 0.64$ に対し極大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.54$ であり、信号強度の広い範囲 ($0.6 \lesssim K \lesssim 0.7$) で微弱外部入力信号に対する高い相関が得られている。上記の結果は、RRO フィードバック信号によってカオス共鳴が誘起されている事を示すものである。ゆえに、微弱周期信号とともに RRO フィードバック信号を印加することにより、双極性障害において現れる前頭野の神経活動 (カオス-カオス間欠性) が、健康な周期的状態に近い挙動に移行している。このカオス共鳴は、摂動 $\Xi = 0.012$ ($A = 9.8$ の場合)、 $\Xi = 0.049$ ($A = 12.0$ の場合) で誘起されている。この摂動は、図 5.5 の分岐図で示す前頭野の神経活動の挙動範囲： $-2.5 \lesssim x(n) \lesssim 2.5$ に比較して、かなり小さい。外部入力信号の周波数が高い場合 ($p = 8, 16$) 及び信号強度が非常に微弱な場合 ($\alpha = 0.01$)、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は非常に小さくなる。信号強度が強い場合 ($\alpha = 0.3$)、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の値は K の値の増加に対し単調に減少する傾向にある。以上のようにカオス共鳴は、適切な信号強度と周波数下で RRO フィードバック信号によって誘起される。

図 5.7 に、図 5.6 においてカオス共鳴が誘起され微弱周期信号 $S(n)$ と同期時の前頭野の神経活動 $x(n)$ の典型的な時系列変化を示す。すなわち、振幅 $\alpha = 0.15$ ($A = 9.8$ の場合)、 $\alpha = 0.30$ ($A = 12.0$ の場合)、周波数 $p = 64$ の微弱外部入力信号に対し、 $A = 9.8$ の場合 $K = 0.075$ 、 $A = 12.0$ の場合 $K = 0.60$ に設定したときの時系列変化を示す。この結果は、正と負の領域を行き来する $x(n)$ が呈する CCI と外部入力周期信号 $S(n)$ の同期を示している。以上に加えて図 5.8 に、双極性障害に相当する場合 ($A = 9.8, 12.0$) の、微弱な外部入力周期信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.15$ ($A = 9.8$ の場合)、 $\alpha = 0.30$ ($A = 12.0$ の場合)、 $p = 64$) 下における、(5.3) 式で表される $x(n)$ の分岐図を RRO フィードバック信号強度 K の関数として示す。 $x(n)$ が正と負の領域を行き来する CCI が現れる領域は、図 5.6 で表される相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ のピーク値付近まで、すなわち $A = 9.8$ の場合 $K \lesssim 0.18$ 、 $A = 12.0$ の場合 $K \lesssim 0.79$ の領域で維持されている。それゆえ、図 5.6 で確認されたカオス共鳴は、外部入力周期信号 $S(n)$ と CCI との同期を生起している。

同期時における RRO フィードバック信号の効果を評価するために、RRO フィードバック信号によって誘起される同期と信号が存在しないとき ($K = 0$) の同期を比較した。図 5.9 に、図 5.6 の $p = 32$ において RRO フィードバック信号によって誘起されたカオス共鳴状態における RRO フィードバック信号を印加しない場合の $\max_{\tau} C(\tau)$ と Ξ の外部入力信号振幅 α 依存性を示す。 $A = 9.8$ の場合、 $\alpha \gtrsim 0.22$ において $\max_{\tau} C(\tau)$ は 0.3 を超えている。これは図 5.6 の RRO フィードバック信号印加時の $\max_{\tau} C(\tau)$ の最大値に相当する。さらに $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.3$ を得るために要する $\alpha \approx 0.22$ における摂動

$A=9.8$ case ($K=0.075$, $\alpha=0.15$, $p=64$)



$A=12.0$ case ($K=0.60$, $\alpha=0.30$, $p=64$)

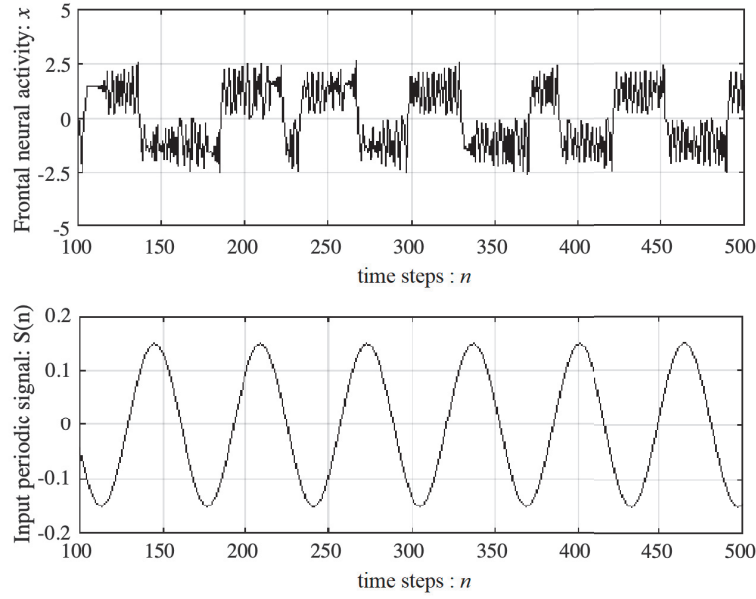
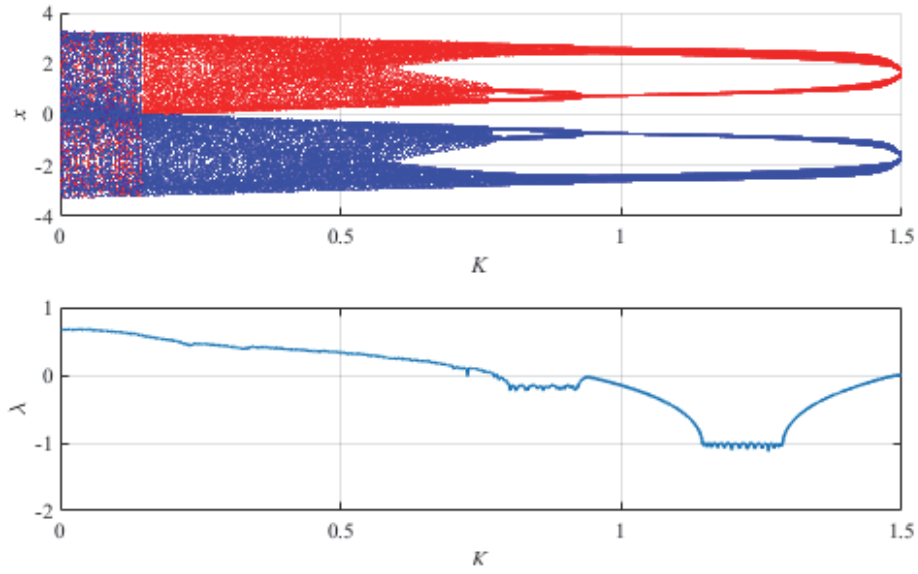


図 5.7 カオス共鳴が誘起され微弱周期信号 $S(n)$ と同期時の前頭野の神経活動 $x(n)$ の典型的な時系列変化. 前頭野の神経活動 $x(n)$ が呈する CCI と微弱周期信号 $S(n)$ が同期.

Ξ は、ほぼ 0.025 である。しかし、RRO フィードバック信号下では、相関係数の最大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.3$ に対し、 $K \approx 0.06$ で $\Xi = 0.012$ である。ゆえに、RRO フィードバック信号は周期的状態への移行に要する摂動量を軽減している。 $A = 12.0$ の場合、 $A = 9.8$ の場合と同様の傾向が確認できる。すなわち、 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.4$ を得るために要する $\alpha \approx 0.95$ における摂動 Ξ は、ほぼ 0.41 である。しかし、RRO フィードバック信号化では、相関係数の最大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.4$ に対し、 $K \approx 0.63$ で $\Xi = 0.049$ である。

$A=9.8$



$A=12.0$

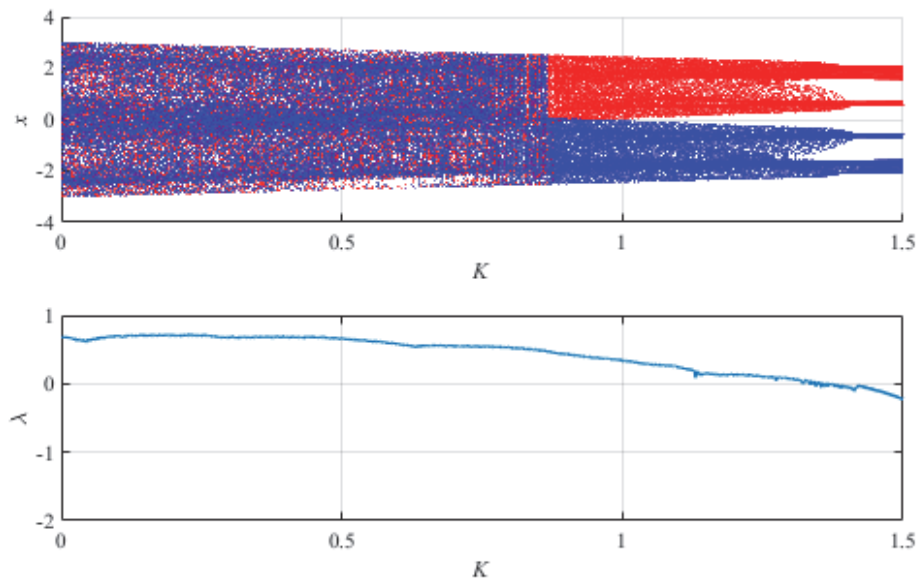


図 5.8 (5.3) 式で表される前頭野の神経活動 $x(n)$ の微弱周期信号 $S(n)$ 入力下 ($A = 9.8$ のとき $\alpha = 0.15$, $p = 64$, $A = 12.0$ のとき $\alpha = 0.30$, $p = 64$) での RRO フィードバック信号強度 K に対する分岐図とリアプノフ指数 λ

5.2.2.2 $13.5 \lesssim A \lesssim 20.0$ の領域にけるカオス共鳴制御

続いて、周期窓の後に現れる双極性障害に対応する CCI 領域 ($13.5 \lesssim A \lesssim 20.0$) における、前頭野と感覚野で構成される神経システムの挙動について分析を行う。図 5.10

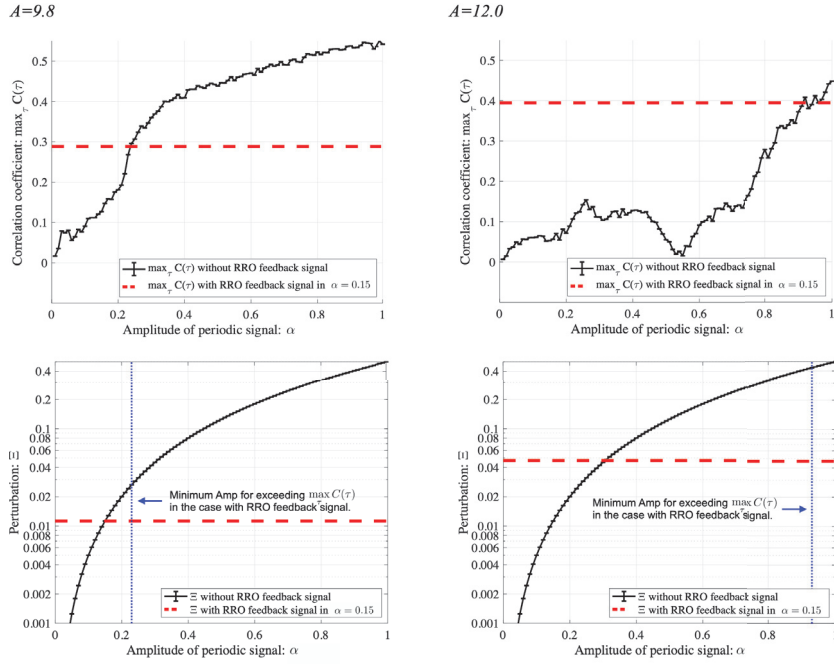


図 5.9 RRO フィードバック信号を印加しない場合の外部入力周期信号 $S(n)$ ($p = 32$) に対する神経活動 $x(n)$ の同期とこの外部入力信号による摂動. 上段は相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$, 下段は摂動 Ξ の外部入力信号振幅 α 依存性. 黒い実線とエラーバーは, 10 回の平均値と標準偏差を表す. 上段の赤い破線は, 図 5.6 の RRO フィードバック信号に対して得られる $\max_{\tau} C(\tau)$ の最大値. 下段の青色の破線は, 図 5.6 で RRO フィードバック信号が存在する場合の $\max_{\tau} C(\tau)$ の最大値を超えるのに必要な信号振幅 α の最小値を示す. 下段の赤い破線は, 図 5.6 で $\max_{\tau} C(\tau)$ が最大値を示す RRO フィードバック信号強度 K における摂動 Ξ の値を示す. RRO フィードバック信号を印加した場合と比較すると, $A = 9.8$ で $\max_{\tau} C(\tau) \gtrsim 0.3$, $A = 12.0$ で $\max_{\tau} C(\tau) \gtrsim 0.4$ の同期状態を達成するために大きな摂動が必要である ($A = 9.8$ で $\Xi \gtrsim 0.025$, $A = 12.0$ で $\Xi \gtrsim 0.41$). [文献 [50] より引用]

に, $A = 14.5$ のパラメータ設定に対し, 周期信号を印加しない状態で ($\alpha = 0$), RRO フィードバック信号を印加したときの, 前頭野の神経活動 $x(n)$, リアプノフ指数 λ , 及び $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性を示す. $x(n)$ が呈していたカオス-カオス間欠性は, K の増加とともに弱まり, $K \approx 0.2$ 付近で周期的な挙動が現れる. K の値が 0.25 を超えると再びカオス-カオス間欠状態となる. カオス-カオス間欠性は $0.25 \lesssim A \lesssim 1.0$ で現れ, $K \gtrsim 1.0$ では, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) < 0$, $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) > 0$ となり, 併合状態にあったアトラクタが分離し, $x(n)$ は, 初期値 $x(0)$ に応じて正負どちらかの領域にトラップされる. これは, RRO フィードバック信号によって, カオス-カオス間欠性が抑制されていることを示すものである.

図 5.11 に, $A = 18.5$ において, RRO フィードバック信号を印加 ($\alpha = 0$) したときの, 前頭野の神経活動 $x(n)$, リアプノフ指数 λ , 及び $F(f_{\max, \min}) + Ku(f_{\max, \min})$ の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性を示す. カオス-カオス間欠性は $0.25 \lesssim K \lesssim 0.8$ で現れ, $K \gtrsim 0.8$ では, $F(f_{\min}) + Ku(f_{\min}) < 0$, $F(f_{\max}) + Ku(f_{\max}) > 0$ となり, 併

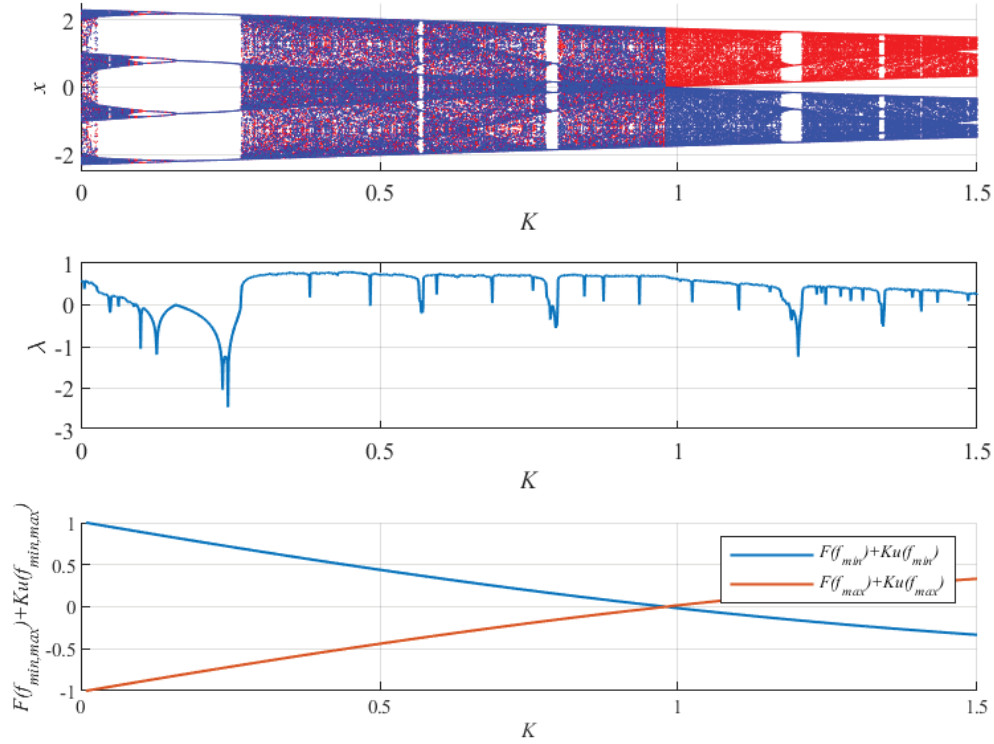


図 5.10 微弱周期信号を印加しない場合 ($\alpha = 0$) の、前頭野の神経活動 $x(n)$ 、リアプノフ指数 λ 、及び $F(f_{\max,\min}) + Ku(f_{\max,\min})$ の RRO フィードバック信号強度 K に対する依存性 ($A = 14.5$)

合状態にあったアトラクタが分離し、 $x(n)$ は、初期値 $x(0)$ に応じて正負どちらかの領域にトラップされる。 A の値の増加に伴い $x(n)$ の挙動範囲が狭くなり ($A = 14.5$ では $-2.0 \lesssim x(n) \lesssim 2.0$, $A = 18.5$ では $-1.7 \lesssim x(n) \lesssim 1.7$)、アトラクタの分離が起こる K の値が小さくなっている。

次に、前頭野の神経活動 $x(n)$ の微弱周期信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.15$, $p = 8, 16, 32, 64$) に対する同期現象、及び RRO フィードバック信号と周期信号との摂動の評価を行った。 図 5.12 は、 $A = 14.5$ 及び $A = 18.5$ における相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ と摂動 Ξ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性である。 $A = 14.5$ に設定した場合、 $\alpha = 0.15$, $p = 32$ の微弱周期信号に対し、 $\max_{\tau} C(\tau)$ は $K = 0.87$ 付近で最大 ($C(\tau) = 0.47$) となり、 $0.8 \lesssim K \lesssim 1.0$ の広い範囲で、 $x(n)$ と $S(n)$ の間に高い相関が現れている。 この K の領域は、図 5.10 において $F(f_{\min,\max}) + Ku(f_{\min,\max}) = 0$ で定義される併合状態のアトラクタが分岐する付近に相当する。 $A = 18.5$ に設定した場合、 $\alpha = 0.15$, $p = 32$ の微弱周期信号に対し、 $\max_{\tau} C(\tau)$ は $K = 0.7$ 付近で最大 ($C(\tau) = 0.59$) となり、 $0.7 \lesssim K \lesssim 0.9$ の広い範囲で、 $x(n)$ と $S(n)$ の間に高い相関が現れている。

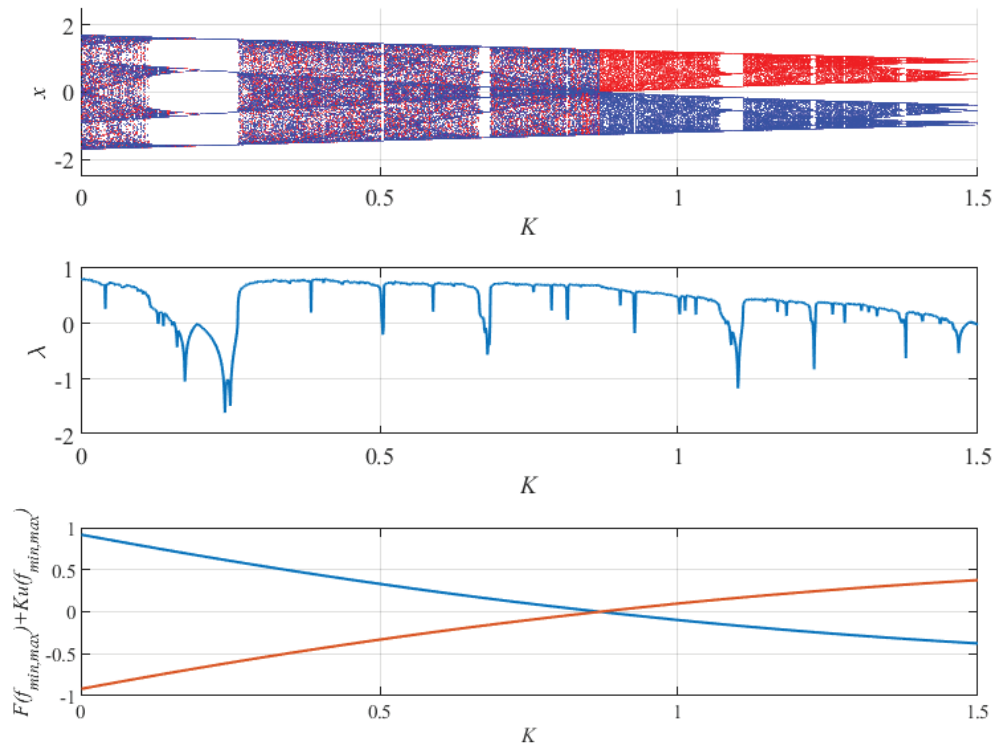


図 5.11 $A = 18.5$ における前頭野と感覚野で構成される神経システム挙動の RRO フィードバック信号強度 K 依存性 ($\alpha = 0$)

$p = 64$ の微弱周期信号に対しては、 $A = 14.5$ の場合、信号強度 $K \approx 0.9$ に対し極大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.63$ である。 $A = 18.5$ の場合、信号強度 $K \approx 0.80$ に対し極大値 $\max_{\tau} C(\tau) \approx 0.71$ であり、信号強度の広い範囲 ($0.7 \lesssim K \lesssim 1.0$) で微弱外部入力信号に対する高い相関が得られている。

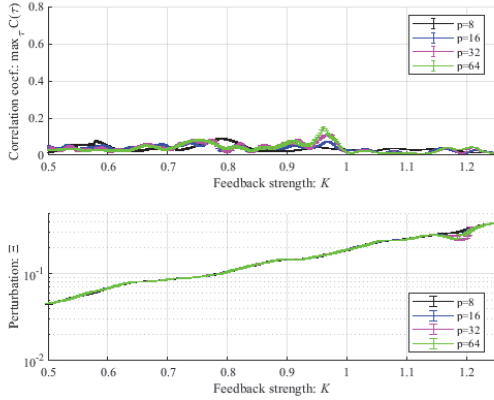
以上の結果は、RRO フィードバック信号によってカオス共鳴が誘起されたことを示すものである。すなわち、微弱周期信号とともに RRO フィードバック信号を印加することにより、双極性障害において現れる前頭野の神経活動（カオス-カオス間欠性）を微弱周期信号に同期させ、健康な状態（周期的挙動）に近づけることが可能であることを示している。このカオス共鳴は、摂動 $\Xi = 0.12$ で誘起されている。

図 5.13 に、図 5.12 においてカオス共鳴が誘起され微弱周期信号 $S(n)$ と同期時 ($A = 14.5$, $K = 0.9$, $\alpha = 0.15$, $p = 64$) の前頭野の神経活動 $x(n)$ の時系列変化を示す。カオス-カオス間欠性を呈していた $x(n)$ が微弱周期信号 $S(n)$ に同期し、正と負の領域を交互に遷移している。

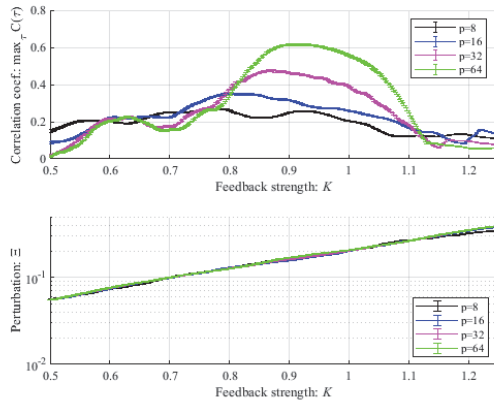
図 5.14 に、図 5.12 においてカオス共鳴が誘起され微弱周期信号 $S(n)$ と同期時 ($A = 18.5$, $K = 0.8$, $\alpha = 0.30$, $p = 64$) の前頭野の神経活動 $x(n)$ の時系列変化を示す。 $x(n)$

$A=14.5$

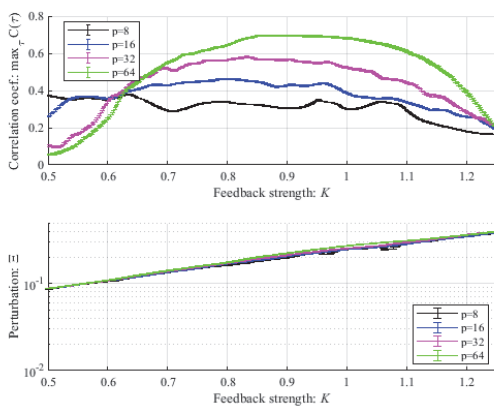
$\alpha=0.01$



$\alpha=0.15$

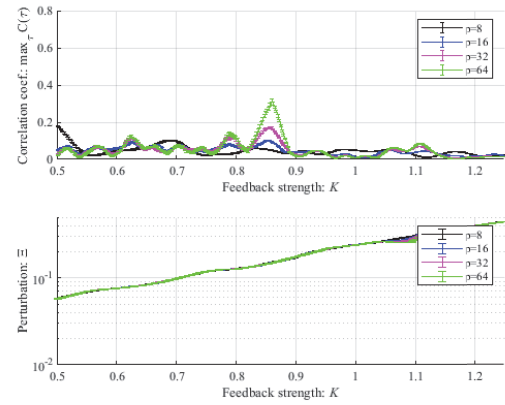


$\alpha=0.30$

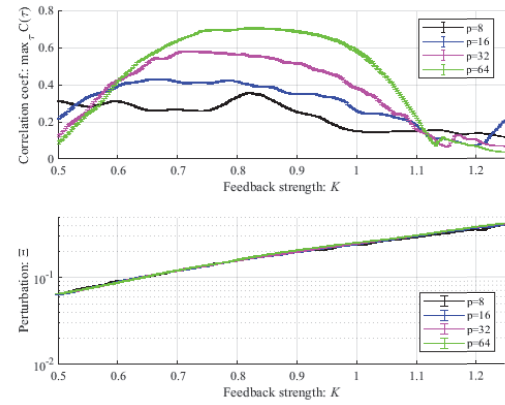


$A=18.5$

$\alpha=0.01$



$\alpha=0.15$



$\alpha=0.30$

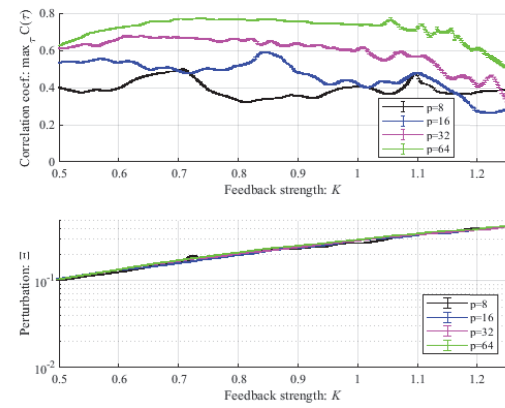


図 5.12 双極性障害の場合 ($A = 14.5$, $A = 18.5$) の微弱な外部入力周期信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.01, 0.15, 0.3$ 及び $p = 8, 16, 32, 64$) に対する前頭野神経活動 $x(n)$ の同期と, RRO フィードバック信号と微弱外部入力信号との摂動. 上段は相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性, 下段は摂動 E の RRO フィードバック信号強度 K 依存性

は微弱周期信号 $S(n)$ とほぼ同じ周期で, 正と負の領域を交互に遷移している.

図 5.15 は, $A = 14.5, 18.5$ の設定に対し, 微弱な外部入力周期信号 $S(n)$ ($\alpha = 0.15$,

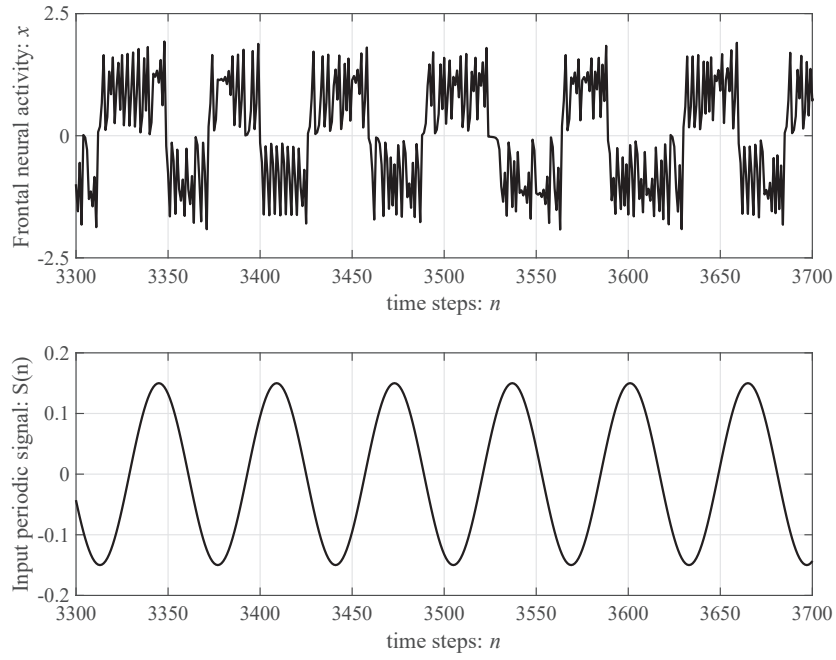


図 5.13 カオス共鳴時の前頭野の神経活動 $x(n)$ と微弱周期信号 $S(n)$ の時系列変化 ($A = 14.5$, $K = 0.9$, $\alpha = 0.15$, $p = 64$)

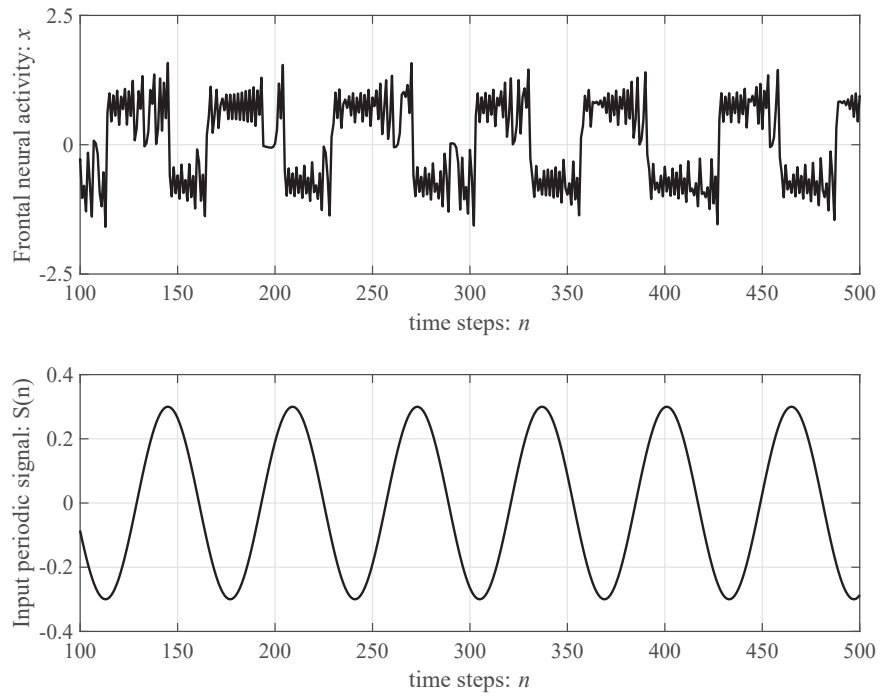


図 5.14 カオス共鳴時の前頭野の神経活動 $x(n)$ と微弱周期信号 $S(n)$ の時系列変化 ($A = 18.5$, $K = 0.8$, $\alpha = 0.30$, $p = 64$)

$p = 32$) 下における (5.3) 式で表される $x(n)$ の分岐図及びリアプノフ指数を, RRO フィードバック信号強度 K の関数として表したものである. $x(n)$ が正と負の領域を行き来する CCI が現れる領域は, $A = 14.5$ 及び 18.5 いずれの場合も $K = 1.2$ 付近まで維持

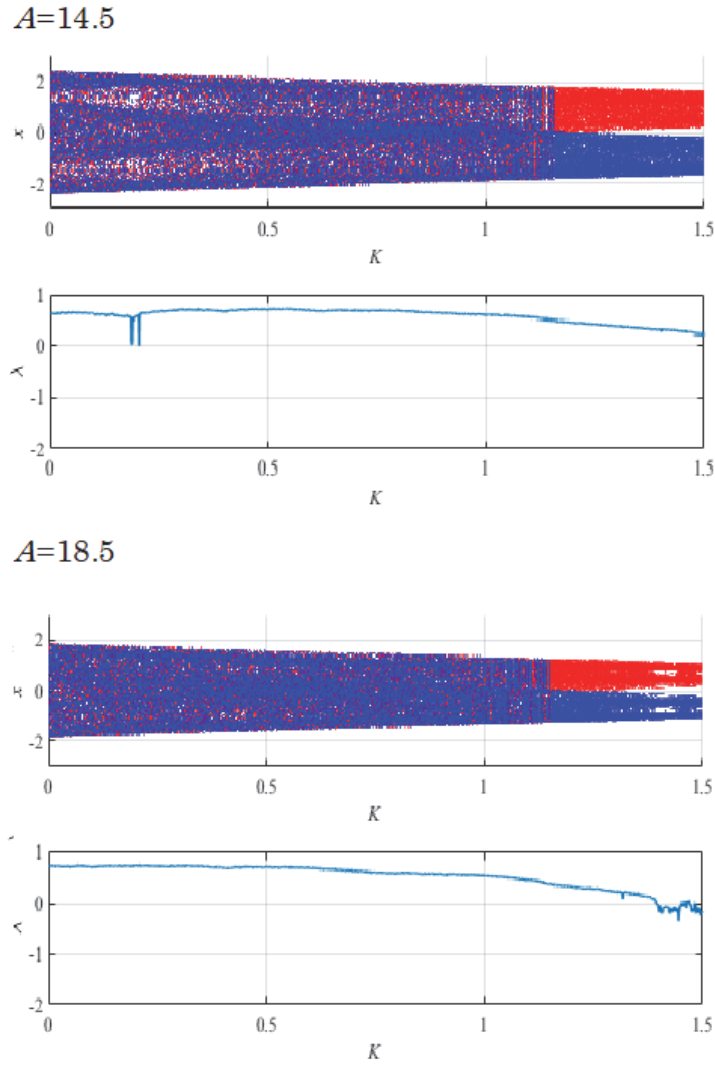


図 5.15 $A = 14.5$ 及び $A = 18.5$ において微弱周期信号 $S(n)(\alpha = 0.15, p = 32)$ を入力した場合の前頭野と感覚野で構成される神経システム挙動及びリアプノフ指数 λ の RRO 信号強度 K 依存性

されている。これは、図 5.12 において確認されたカオス共鳴が、 $x(n)$ が呈するカオス-カオス間欠性と微弱周期信号 $S(n)$ との同期現象を誘発していることを示すものである。

5.2.3 挙動の A 値による違い

図 5.16 に、 A の値を変化させた場合 ($A = 14.5$ から $A = 20.5$) の、 $x(n)$ と $S(n)(\alpha = 0.15, p = 64)$ の相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ 及び摂動 Ξ の RRO フィードバック信号強度 K 依存性を示す。 A の値の増加に対し、相関係数 $\max_{\tau} C(\tau)$ のピーク値は増加するとともに、ピーク値を示す RRO フィードバック信号強度 K は減少する傾向にある。 $A = 20.5$ におけるピーク値を示す RRO フィードバック信号強度は、 $K = 0.5$ である。

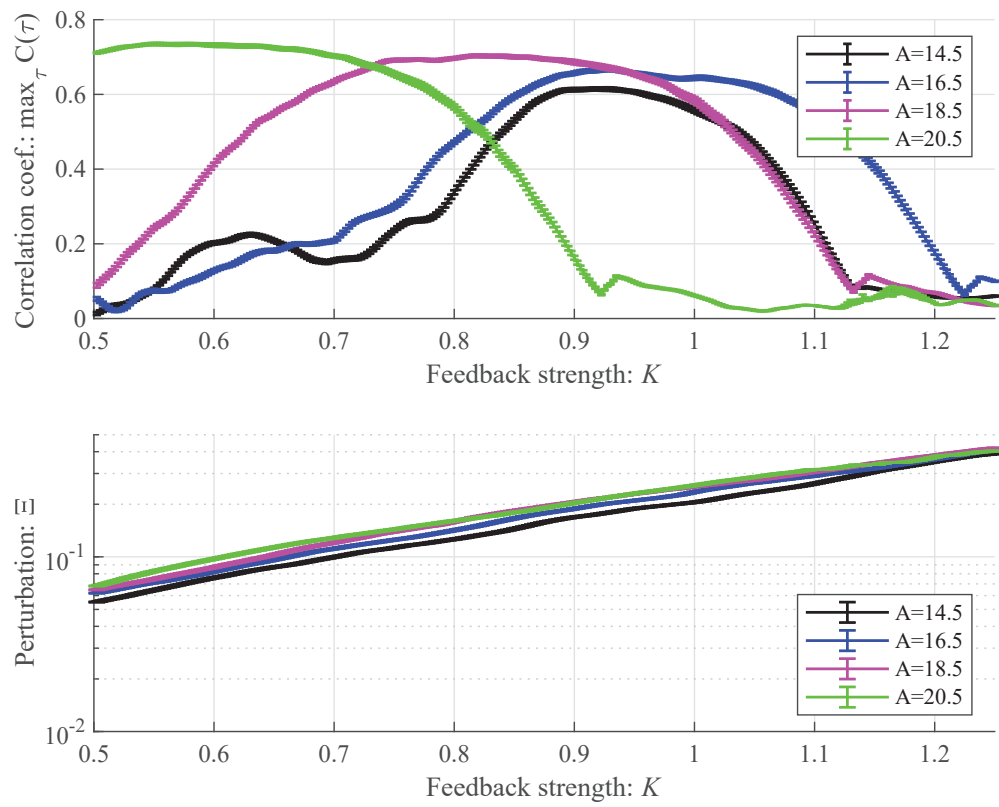


図 5.16 A の値をパラメータとする $x(n)$ と微弱周期信号 $S(n)(\alpha = 0.15, p = 64)$ の $\max_{\tau} C(\tau)$ と Ξ の K 依存性

5.3 考察及び結論

本章では、RRO 法によるカオス制御のメカニズムを双極性障害における Hadaeghi モデルに導入し、シミュレーションを通して、RRO フィードバック信号によって誘起されるカオス共鳴により、双極性障害に現れる前頭野の神経活動の乱れが、健康な状態にみられる周期的挙動へ移行する過程を評価した。RRO フィードバック信号は、前頭野と感覚野の神経システムをモデリングしたリターンマップ構造に基いて印加した。抑制性ニューロン集団からの出力シナプス結合 A をパラメータとして、微弱外部入力信号とともに RRO フィードバック信号を印加した。その結果、前頭野の神経活動に CCI が現れる A の広いパラメータ領域に対し、適度な信号強度の RRO フィードバック信号によりカオス共鳴が誘起され、微弱外部入力信号と前頭野の神経活動との間に高い相関が得られた。すなわち、RRO 法により CCI 状態にある前頭野の神経活動の、健康状態にある前頭野の挙動に現れる周期的挙動に近い状態への移行が促進されることが確認された。この RRO フィードバック信号によるカオス共鳴は、比較的低周波の場合に誘起されること、及び RRO フィードバック信号と外部入力周期信号による結合摂動量は、周期信号だけを適用した場合の同期状態の誘起に要する摂動量に比較して、はるかに小さいことが明らかになった。

外部入力周期信号を伴う RRO フィードバック信号の適用は、これまでのクロノセラピー（時間療法）実践に大きな効果をもたらす可能性が示唆される。現在のクロノセラピーでは、毎日決まった時間に光刺激の投与と投薬が行われる。この治療法は、我々のシミュレーションにおける外部入力周期信号のみの適用による神経活動の安定化に対応している（図 5.9 参照）。各患者の前頭野の概日神経活動に応じてスケジューリングされた光刺激と投薬の適用は、外部入力周期信号を伴う RRO フィードバック信号の適用に対応しており、周期的状態への移行に要する摂動量が大きく軽減されることが期待される。したがって、この枠組みは、前頭野の神経活動の乱れの安定化に必要な光刺激量と投薬量の軽減につながると期待される。

結論として、本シミュレーション研究において、RRO 法によって誘起されたカオス共鳴が、双極性障害に特徴的に現れる前頭野の神経活動の乱れの、相対的に小さい摂動による健康な周期挙動に近い状態への移行を可能にすることが明らかになった。限界はあるが、本研究により、RRO 法によって調整された時間療法が、双極性障害に対する低侵襲療法の新しい形態になり得ることが示唆された。

第 6 章 まとめと今後の課題

本研究では、カオス性を除去することによりシステムの安定化を図る従来のカオス制御法に代わり、カオス状態を維持するフィードバック信号でシステムの外部入力信号同期を図る新しいカオス制御法の RRO 法を共同研究者とともに提案し、それを離散時間の cubic 写像とその結合系、神経システムの Sinha モデル、及び連続時間システムの Chua 回路モデルに適用し、その有効性を検証した。さらに、この RRO 法を双極性障害下での概日リズムの乱れに対する Hadaeghi らの前頭野ニューラルシステムモデルに適用し、双極性障害における概日リズムの乱れの安定化につながる効果を検証した。

第 3 章では、フィードバック信号を用いてカオス-カオス間欠性 (CCI) を制御する RRO 法を考案し、それを離散時間カオスシステムに適用した。まず、簡単な数理モデルである 1 次元 cubic 写像において解析を行った結果、2 つのアトラクタ領域の併合点付近においてカオス共鳴が誘起され、適切なフィードバック信号強度を設定することにより、外部入力信号に対する信号応答性がピークに達した。この結果から、我々が提案する RRO 法の導入により、カオス共鳴による信号応答性の制御が可能であることが確認された。次に、ギャップ結合によって連結された cubic 写像結合系においても、適切なフィードバック信号強度において外部入力信号への CCI 同期の誘起が確認できた。特に、高い同期状態が誘起されるパラメータ領域は、CCI が誘起される信号強度領域と誘起されない領域の境界に位置していた。また、CCI 同期が誘起されているとき、いずれか一方の同じアトラクタ領域に閉じ込められた複数の cubic 写像要素の軌道は互いに同期していないことが確認された。CCI 同期のこれらの特徴は、結合数が数十程度の cubic 写像結合系においても維持されていた。

さらに、RRO 法を離散時間神経システムの Sinha モデルに適用し、神経モデルにおけるカオス共鳴による CCI 同期について解析した。まず、興奮性と抑制性のニューロンで構成される Sinha モデルに RRO フィードバック信号を印加することにより、cubic 写像と同様に外部入力信号へのカオス共鳴が誘起されるとともに、共鳴周波数を有していることが確認できた。次に、負の RRO フィードバック信号を入力することで、分離したアトラクタ領域の併合制御が可能であり、アトラクタ併合点付近のフィードバック信号強度で、カオス共鳴による CCI 同期が誘起されることが確認された。この特徴は、正のフィードバック信号によって誘起されるカオス共鳴と同様であり、他のシステムにおける CCI 同期によるカオス共鳴の特徴との整合性が維持されていた。

第 4 章では、第 3 章において離散時間カオスシステムへの適用可能性が確認できた RRO 法を、ポアンカレ断面上へ写像関数を用いることによって、CCI を呈する連続時間カオスシステムである Chua 回路に適用した。RRO フィードバック信号を印加した状態で

微弱な外部入力信号に対する信号応答性を解析した結果、適度な強度の正及び負の RRO フィードバック信号により、それぞれに対応してアトラクタ領域の分離・併合制御が可能であり、カオス共鳴が誘起され、第 3 章の離散時間カオスシステムと同様に、連続時間カオスシステムにおける RRO 法の有効性が確認された。

従来のカオス制御法では、システムのふるまいを劣化させるカオス状態は除去されていた。実際カオス状態は、高いフィードバック強度領域において周期状態に移行する。しかし、高いコヒーレントな CCI 同期が誘起される領域においても、カオス状態は維持されている。すなわち我々が提案する方法は、カオス状態を除去するのではなく、CCI 同期を起こすための最適なカオス状態を誘起する。

以上の結果から、カオスを除去するのではなく、カオスを維持した状態でカオス共鳴が生起しやすい状態へ遷移させ CCI を安定化させる RRO 法が、新たなカオス制御法として機能することが明らかとなった。

第 5 章では、前章までで確認した RRO 法の有用性に基づき、RRO 法によるカオス制御のメカニズムを Hadaeghi らのニューラルモデルに適用し、双極性障害における概日リズムの乱れの安定化に対する効果を検証した。その結果、適切な強度の RRO フィードバック信号に対しカオス共鳴が誘起され、CCI を呈する前頭野の神経活動を健康な状態に相当する周期的挙動に移行できることを確認した。さらに、Hadaeghi らのモデルにおける抑制性のシナプス結合強度の広いパラメータ領域において、適度な RRO フィードバック信号強度に対し、前頭野の神経活動と微弱周期信号との間にカオス共鳴が生起し、CCI の周期化、すなわち双極性障害における概日リズムの乱れの安定化の可能性を確認できた。

今後の課題については次に挙げる通りである。本研究で提案しその有用性を確認した RRO 法を、より実際の神経活動に近いとされるスパイ CCI キングニューロンモデルによる大規模連続時間システムに適用し、RRO 法によるカオス共鳴の誘起を通した CCI の制御機能を検証する必要がある。また、双極性障害における概日リズムの安定化に関しては、前頭野と感覚野だけでなく視床下部も含めた概日リズム生成システムを構築し、双極性障害の 1 日周期の概日リズムに対応した病理パラメータ領域を同定するとともに、病理パラメータ領域における適切な RRO フィードバック信号を設計し、それに基づく光療法とメラトニンによる薬物療法の最適化を行うことが挙げられる。さらに、双極性障害に加えて、注意欠如・多動症（Attention Deficit Hyperactivity Disorder：ADHD）における異常な注意状態の挙動も脳神経活動の CCI と関連する数理モデル化が可能であり、今後これらの精神疾患に加えて、神経系、循環器系、免疫系等の生物リズムが影響する他の疾患の治療への RRO 法の適用について研究を発展させていきたい。

本研究での RRO 制御法は、従来の硬い制御に対し柔軟な制御となっており、複雑化が進む情報通信システムや社会システムなど広い対象の制御への展開が期待される。

謝辞

兵庫県立大学大学院応用情報科学研究科博士課程における本研究遂行にあたり，終始懇切・丁寧なご指導を賜りました西村治彦教授，並びに千葉工業大学信川創教授に深甚なる謝意を表します．西村先生ご退職後，主指導教員としてご助言，ご指導をいただきました中本幸一教授に厚く感謝いたします．また本論文の審査において，貴重なご助言をいただきました水野由子教授，原口亮教授に心から感謝いたします．

最後に，研究を進めるにあたり，ご助言，ご議論をいただきました共同研究者の方々に感謝いたします．

令和4年5月23日

道法 浩孝

参考文献

- [1] G.P. Harmer, B.R. Davis and D. Abbott, “A review of stochastic resonance: circuits and measurement”, IEEE Trans Instr Meas. 51, pp.299-309, 2002.
- [2] A. Pikovsky, M. Rosenblum and J.Kurths, “Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences”, Vol. 12. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [3] V.S. Anishchenko, V. Astakhov, A. Neiman, T.Vadivasova and L. Schimansky-Geier, “Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems: Tutorial and Modern Developments”. Berlin; Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2007.
- [4] S. Rajasekar and MAF Sanjuán, “Nonlinear Resonances”, Cham: Springer, 2016.
- [5] S.H. Strogatz, “Nonlinear Dynamics and Chaos With Student Solutions Manual: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering”, Boca Raton, FL; London; New York, NY: CRC Press, 2018.
- [6] J.C. Li, C. Li and DC.Mei, “Effects of time delay on stochastic resonance of the stock prices in financial system”, Phys Lett A, 378, pp.1997–2000, 2014.
- [7] S. Nobukawa, R. Hashimoto, H. Nishimura, T. Yamanishi and M. Chiba, “Noise-induced phenomena in the Kaldor business cycle model”, Trans Inst Syst Control Inform Eng. 30, pp.459–66, 2017.
- [8] R. Benzi, A/ Sutura and A. Vulpiani, “The mechanism of stochastic resonance”, J Phys A Math Gen. 14:L453, 1981.
- [9] V.S. Anishchenko, M. Safonova and LO. Chua, “Stochastic resonance in the nonautonomous Chua’ s circuit”, J Circuits Syst Comput. 3, pp.553-578, 1993.
- [10] W. Korneta, I. Gomes, CR. Mirasso and R. Toral, “Experimental study of stochastic resonance in a Chua’s circuit operating in a chaotic regime”, Phys D Nonlin Phenom. 219, pp.93–100, 2006.
- [11] H. Nishimura, N. Katada, and K. Aihara, “Coherent response in a chaotic neural network”, Neural Process. Lett., vol.12, no.1, pp.49-58, 2000.
- [12] T. Carroll and L. Pecora, “Stochastic resonance and crises”, Physical review letters, vol.70, no.5, pp.576-579, 1993.
- [13] T. Carroll and L. Pecora, “Stochastic resonance as a crisis in a period-doubled circuit”, Physical Review E, vol.47, no.6, pp.3941-3949, 1993.
- [14] A. Crisanti, M. Falcioni, G. Paladin, and A. Vulpiani, “Stochastic resonance in deterministic chaotic systems”, Journal of Physics A: Mathematical and General, vol.27, no.17, pp.597-603, 1994.

- [15] G. Nicolis, C. Nicolis, and D. McKernan, “Stochastic resonance in chaotic dynamics”, *Journal of statistical physics*, vol.70, no.1-2, pp.125-139, 1993.
- [16] S. Sinha and B.K. Chakrabarti, “Deterministic stochastic resonance in a piecewise linear chaotic map”, *Physical Review E*, vol.58, no.6, pp.8009-8012, 1998.
- [17] Q. Li, H. Zeng, and X.S. Yang, “On hidden twin attractors and bifurcation in the Chua’s circuit”, *Nonlinear Dynam.*, vol.77, no.1-2, pp.255-266, 2014.
- [18] G.L. Baker, G.L. Baker, and J.P. Gollub, “Chaotic Dynamics: An Introduction”, Cambridge University Press, 1996.
- [19] I. Kovacic and M.J. Brennan, “The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and Their Behaviour”, John Wiley & Sons, 2011.
- [20] T. Kanamaru, “Duffing oscillator”, *Scholarpedia*, vol.3, no.3, p.6327, 2008.
- [21] S. Nobukawa, H. Nishimura and T. Yamanishi, “Evaluation of chaotic resonance by lyapunov exponent in attractor-merging type systems”, In *International Conference on Neural Information Processing*, pp.430-437, Springer, 2016.
- [22] S. Sinha, “Noise-free stochastic resonance in simple chaotic systems”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 270, pp.204-214, 1999.
- [23] 信川創, 西村治彦, 堅田尚郁, “カオスアトラクタ併合による cubic 写像及びカオスニューロン系におけるカオス共鳴”, *電子情報通信学会論文誌 A*, vol.J95-A, no.4, pp.357-366, 2012.
- [24] N. Schweighofer et al., “Chaos may enhance information transmission in the inferior olive”, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 101, pp.4655-4660, 2004.
- [25] I.T. Tokuda, C.E. Han, K. Aihara, M. Kawato and N. Schweighofer, “The role of chaotic resonance in cerebellar learning”, *Neural Networks* 23, pp.836-842, 2010.
- [26] I.T. Tokuda, H. Hoang, N. Schweighofer and M. Kawato, “Adaptive coupling of inferior olive neurons in cerebellar learning”, *Neural Networks* 47, pp.42–50, 2013.
- [27] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi, and J.Q. Liu, “Analysis of chaotic resonance in Izhikevich neuron model”, *PloS ONE*, vol.10, no.9, p.e0138919, 2015.
- [28] S. Nobukawa and H. Nishimura, “Chaotic resonance in coupled inferior olive neurons with the Llinás approach neuron model”, *Neural Computation*, vol.28, no.11, pp.2505-2532, 2016.
- [29] S. Nobukawa, H. Nishimura, and T. Yamanishi, “Chaotic resonance in typical routes to chaos in the Izhikevich neuron model”, *Sci. Rep.*, vol.7, p.1331, 2017.
- [30] Y. Kurita, M. Shinohara, and J. Ueda, “Wearable sensorimotor enhancer for fingertip based on stochastic resonance effect”, *IEEE Trans. Human-Mach. Syst.*, vol.43,

no.3, pp.333-337, 2013.

- [31] Y. Kurita, Y. Sueda, T. Ishikawa, M. Hattori, H. Sawada, H. Egi, H. Ohdan, J. Ueda, and T. Tsuji, "Surgical grasping forceps with enhanced sensorimotor capability via the stochastic resonance effect", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol.21, no.6, pp.2624–2634, 2016.
- [32] L.R. Enders, P. Hur, M.J. Johnson, and N.J. Seo, "Remote vibrotactile noise improves light touch sensation in stroke survivors' fingertips via stochastic resonance", *J. Neuroengineering and Rehabilitation*, vol.10, no.1, p.105, 2013.
- [33] N.J. Seo, M.L. Kosmopoulos, L.R. Enders, and P. Hur, "Effect of remote sensory noise on hand function post stroke", *Front. Hum. Neurosci.*, vol.8, p.934, 2014.
- [34] S. Nobukawa, H. Nishimura and N. Katada "Chaotic resonance by chaotic attractors merging in discrete cubic map and chaotic neural network", *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol.J95-A, no.4, pp.357-366, April 2012.
- [35] E. Ott, C. Grebogi, and J.A. Yorke, "Controlling chaos", *Physical review letters*, vol.64, no.11, p.1196, 1990.
- [36] K. Pyragas, "Continuous control of chaos by self-controlling feedback", *Physics letters A*, vol.170, no.6, pp.421-428, 1992.
- [37] H. Nakajima, "On analytical properties of delayed feedback control of chaos", *Physics Letters A*, vol.232, no.3-4, pp.207-210, 1997.
- [38] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi, and H. Doho, "Controlling chaotic resonance in systems with chaos-chaos intermittency using external feedback", *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. E101-A, no. 11, pp.1900-1906, 2018.
- [39] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi, and H. Doho, "Induced synchronization of chaos-chaos intermittency maintaining asynchronous state of chaotic orbits by external feedback signals", *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. E102-A, no. 3, pp.524-531, 2019.
- [40] S. Nobukawa and N. Shibata, "Controlling chaotic resonance using external feedback signals in neural systems", *Scientific reports*, vol. 9, no. 1, p. 4990, 2019.
- [41] S. Nobukawa, N. Shibata, H. Nishimura, H. Doho, N. Wagatsuma, and T. Yamanishi, "Resonance phenomena controlled by external feedback signals and additive noise in neural systems", *Scientific reports*, vol 9, Article number:12630, 15 pages, 2019.
- [42] S. Nobukawa, H. Doho, N. Shibata, H. Nishimura, and T. Yamanishi, "Chaos-chaos

- intermittency synchronization controlled by external feedback signals in chua' s circuits", IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. E103-A, no. 1, pp.303-312, 2020.
- [43] P. Ritter, F. Wieland, D. Skene, A. Pfennig, M. Weiss, M. Bauer, E. Severus, H. Güldner, C. Sauer, B. Soltmann et al, "Melatonin suppression by melanopsin-weighted light in patients with bipolar i disorder compared to healthy controls", Journal of psychiatry & neuroscience: JPN, vol. 44, no. 6, pp.1-8, 2019.
 - [44] A. G Harvey, "Sleep and circadian rhythms in bipolar disorder: seeking synchrony, harmony, and regulation", Am. J. Psychiatry 165, pp.820-829, 2008.
 - [45] Y. Takaesu. et al., " Circadian rhythm sleepwake disorders predict shorter time to relapse of mood episodes in euthymic patients with bipolar disorder: A prospective 48-week study", Journal of Clinical Psychiatry 79, 17m11565, 2018.
 - [46] F. Hadaeghi, M. R. Hashemi Golpayegani, and K. Moradi, "Does "crisis-induced intermittency" explain bipolar disorder dynamics?", Frontiers in computational neuroscience, vol. 7, p.116, 2013.
 - [47] F. Hadaeghi, M. R. H. Golpayegani, and G. Murray, "Towards a complex system understanding of bipolar disorder: a map based model of a complex winnerless competition", Journal of theoretical biology, vol. 376, pp.74-81, 2015.
 - [48] F. Hadaeghi, M. R. Hashemi Golpayegani, S. Jafari and G. Murray, "Toward a complex system understanding of bipolar disorder: A chaotic model of abnormal circadian activity rhythms in euthymic bipolar disorder", Australian & New Zealand Journal of Psychiatry, 50, pp.783-792, 2016.
 - [49] A. Bayani, F. Hadaeghi, S. Jafari and G.Murray, "Critical slowing down as an early warning of transitions in episodes of bipolar disorder: A simulation study based on a computational model of circadian activity rhythms", Chronobiology international 34, pp.235–245, 2017.
 - [50] H. Doho, S. Nobukawa, H. Nishimura, N. Wagatsuma and T. Takahashi, "Transition of Neural Activity from the Chaotic Bipolar-Disorder State to the Periodic Healthy State Using External Feedback Signals", Frontiers in Computational Neuroscience, Vol.14, Article number:76, 15 pages, 2020.
 - [51] 道法浩孝, 信川創, 西村治彦, 我妻伸彦, "双極性障害の前頭野神経システムモデルへのカオス共鳴制御の適用", 第 19 回コンピュテーショナル・インテリジェンス研究会 (計測自動制御学会システム・情報部門), pp.14-19, 2021.
 - [52] H. Doho, S. Nobukawa, H. Nishimura and N. Wagatsuma, "Controlling Chaotic Bipolar-Disorder System by Reduced-region-of-orbit Feedback Method",The

10th RIEC International Symposium on Brain Function and Brain Computer (BFBC2022), 1 page, Sendai, 2022.

- [53] H. Doho, S. Nobukawa, H. Nishimura and N. Wagatsuma, “Application of Reduced-Region-of-Orbit (RRO) Feedback Method to a Chaotic Bipolar-disorder Neural System”, The 8th International Symposium on Affective Science and Engineering (ISASE2022), 4 pages, 2022.
- [54] P. Berge, Y. Pomeau and CH. Vidal, (相沢洋二訳), “カオスのなかの秩序-乱流の理解に向けて-”, 産業図書, 1992.
- [55] R.L. Devancy, (後藤憲一, 国府寛司, 石井豊, 新居俊作, 木下正史訳), “新訂版 カオス力学系入門 第2版”, 共立出版, 2003.
- [56] E.N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow”, Journal of the Atmospheric Sciences, vol.20, no.2, pp.130-141, 1963.
- [57] L.O. Chua, “Introduction to Nonlinear Network Theory”, McGraw-Hill, 1969.
- [58] H. Hayashi, S. Ishizuka, M. Ohta, and K. Hirakawa, “Chaotic behavior in the Onchidium giant neuron under sinusoidal stimulation”, Phys. Lett., vol.88A, no.8, pp.435-438, 1982.
- [59] G. Matsumoto, K. Aihara, M. Ichikawa, and A. Tasaki, “Periodic and nonperiodic responses of membrane potentials in squid giant axons during sinusoidal current stimulation”, J. Theor. Neurobiol., vol.3, pp.1-14, 1984.
- [60] S. Shaw and B. Balachandran, “A review of nonlinear dynamics of mechanical systems in year 2008”, J. System Design and Dynamics, Vol.2, No.3, pp.611-640, 2008.
- [61] T.-Y. Li and J.A. Yorke, “Period three implies chaos”, Amer. Math. Monthly, vol.82, no.10, pp.985-992, 1975.
- [62] B.R. Hunt, J.A. Kennedy, T.-Y. Li and H.E. Nusse (eds), “The theory of chaotic attractors”, Springer, 2004.
- [63] 潮俊光, “カオス制御”, カオス全書, 第4巻, 朝倉書店, 1996.
- [64] T.S. Parker and L. Chua, “Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems”, Springer Science & Business Media, 2012.
- [65] 潮俊光, “カオスの制御”, 日本ロボット学会誌, Vol. 15, No. 8, pp.1114-1117, 1997.
- [66] 山本茂, “遅延フィードバックによるカオス制御”, 数理解析研究所講究録, 1369 巻, pp.212-224, 2004.
- [67] F. López-Muñoz, E. Vieta, G. Rubio, P. García-García, and C. Alamo, “Bipolar disorder as an emerging pathology in the scientific literature: a bibliometric approach”, Journal of affective disorders, vol. 92, no. 2-3, pp.161-170, 2006.

- [68] F. López-Muñoz, W. Shen, P. D' Ocon, A. Romero, and C. Álamo, "A history of the pharmacological treatment of bipolar disorder", *International journal of molecular sciences*, vol. 19, no. 7, p.2143, 2018.
- [69] 加藤忠史, "双極性障害 病態の理解から治療戦略まで", 医学書院, 2019.
- [70] 高橋三郎, 加藤忠史, "混合状態の診断と分類", *臨床精神医学*, 21, pp.1417-1422, 1992.
- [71] 内海健, "うつ病新時代-双極Ⅱ型障害という病", 勉誠出版, 2006.
- [72] A.J. Lewy et al., "Winter Depression: Integrating mood, circadian rhythms, and the sleep/wake and light/dark cycles into a biopsychosocial-environmental model", *Sleep medicine clinics* 4, pp.285-299, 2009.
- [73] S.J. Harrison et al., "Light therapy and serotonin transporter binding in the anterior cingulate and prefrontal cortex", *Acta Psychiatrica Scandinavica* 132, pp.379-388, 2015.
- [74] D.K. Sit et al., "Adjuunctive bright light therapy for bipolar depression: A randomized double-blind placebo-controlled trial", *American Journal of Psychiatry* 175, pp.131-139, 2018.
- [75] A. Wirz-Justice, R.H. Van den Hoofdakker, "Sleep deprivation in depression: what do we know, where do we go?", *Biol Psychiatry* 46, pp.445-453, 1999.
- [76] M. Suzuki et al., "Does early response predict subsequent remission in bipolar depression treated with repeated sleep deprivation combined with light therapy and lithium?", *J. Affect. Disord.* 229, pp.371-376, 2018.
- [77] G. Murray, A. harvey, "Circadian rhythms and sleep in bipolar disorder", *Bipolar Disorders*, 12, pp.459-472, 2010.
- [78] 高江洲義和, "双極性障害に対する時間生物学的治療の適応と限界", *時間生物学*, vol.26, No.2, pp.109-117, 2020.
- [79] Scotti MA, Lee G, Stevenson SA, Ostromecki AM, Wied TJ, Kula DJ, et al. "Behavioral and pharmacological assessment of a potential new mouse model for mania", *Physiol Behav.* 2011;103, pp.376-83. 2011.
- [80] K. Aihara and H. Suzuki, "Theory of hybrid dynamical systems and its applications to biological and medical systems", *Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences*, vol.368, no.1930, pp.4893-4914, 2010.
- [81] G. Tanaka, Y. Hirata, S.L. Goldenberg, N. Bruchovsky, and K. Aihara, "Mathematical modelling of prostate cancer growth and its application to hormone therapy", *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol.368, no.1930, pp.5029-5044, 2010.

- [82] T. Suzuki, N. Bruchovsky, and K. Aihara, “Piecewise affine systems modelling for optimizing hormone therapy of prostate cancer”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol.368, no.930, pp.5045-5059, 2010.
- [83] 国里愛彦, 片平健太郎, 沖村宰, 山下祐一, “計算論的精神医学”, 勁草書房, 2020.
- [84] G. Leonov, N. Kuznetsov, and V. Vagaitsev, “Localization of hidden Chua’s attractors”, *Phys. Lett. A*, vol.375, no.23, pp.2230-2233, 2011.
- [85] S. Sinha and B.K. Chakrabarti, “Deterministic stochastic resonance in a piecewise linear chaotic map”, *Phys. Rev. E*, vol.58, no.6, pp.8009–8012, 1998.
- [86] P. Indic, P.Salvatore, M. Carlo, G. Stefano, F. Gabriella, R.J. Baldessarini, G. Murray, “Scaling Behavior of Human Locomotor Activity Amplitude: Association with Bipolar Disorder”, *PLoS ONE*, vol.6, pp.e20650(8pages), 2011.